क्रियाकलाप 28

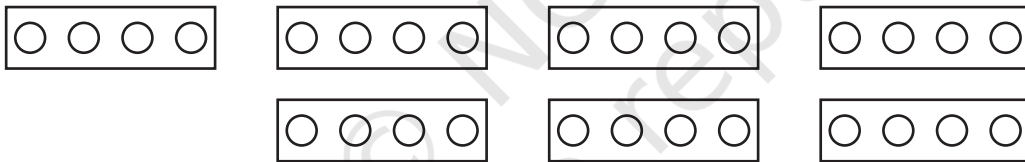
उद्देश्य

किसी भिन्न को एक संख्या से गुणा करना (मान लीजिए $\frac{3}{4} \times 7$)।

आवश्यक सामग्री

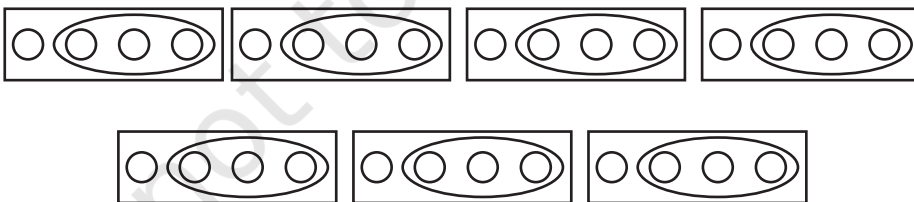
50 बटन।

रचना की विधि

1. सात डिब्बे लीजिए, जिनमें से प्रत्येक में 4 बटन हों (आकृति 1)।

आकृति 1

2. प्रत्येक डिब्बे में से 3 गेंदे निकाल लीजिए (आकृति 2)।

आकृति 2

26/04/2018

प्रदर्शन

1. प्रत्येक डिब्बे में से निकाली गई गेंदों द्वारा निरूपित भिन्न $= \frac{3}{4}$

2. यहाँ कुल 7 डिब्बे हैं। 7 डिब्बों में से निकाली गई गेंदों की संख्या 21 है, जो $\frac{3}{4}$ को 7 बार निकालना निरूपित करता है, अर्थात् $\frac{3}{4} \times 7$ निरूपित करता है।

3. 7 डिब्बों में से निकाली गई गेंदों की संख्या = 21

   प्रत्येक शेष गेंद भिन्न $\frac{1}{4}$ निरूपित करती है।

   अतः, 21 गेंदों द्वारा निरूपित भिन्न = $\underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \ldots\ldots + \frac{1}{4}}_{21 \text{ बार}}$

   इस प्रकार, $\frac{3}{4} \times 7 = \frac{21}{4}$

प्रेक्षण

एक डिब्बे में गेंदों की संख्या = __________

1 गेंद द्वारा निरूपित भिन्न = __________

3 गेंदों द्वारा निरूपित भिन्न = __________

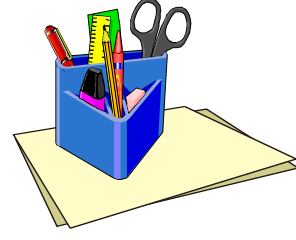
7 डिब्बों में से निकाली गई कुल गेंदें $= \frac{3}{4} \times$ __________

डिब्बों में से निकाली गई कुल गेंदों द्वारा निरूपित भिन्न = __________

अतः, $\frac{3}{4} \times$ _____ = $\frac{\quad}{4}$ ।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग एक भिन्न को एक संख्या से गुणा करने की संक्रिया को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 29

उद्देश्य

विभिन्न रंगों के इकाई वर्गों का प्रयोग करते हुए, पूर्णांकों का विभाजन करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, सफ़ेद कागज़, लाल और नीले ग्रिड पेपर, रंगीन पेन/पेंसिल (लाल और नीला) गोंद, रूलर और कैंची।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक नीला ग्रिड पेपर लीजिए और इसमें से पर्याप्त संख्या में इकाई वर्ग काट लीजिए। मान लीजिए प्रत्येक वर्ग पूर्णांक '+1' निरूपित करता है (आकृति 1)।

आकृति 1

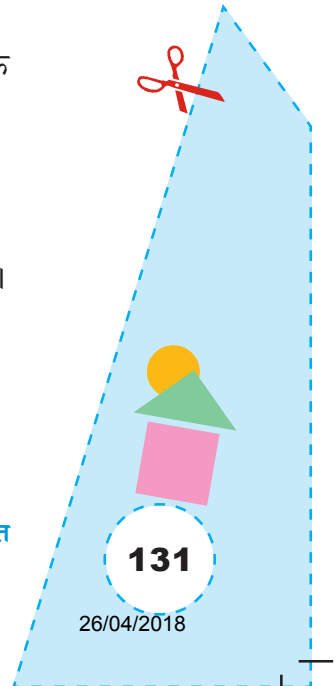
3. एक लाल ग्रिड पेपर लीजिए और इसमें पर्याप्त संख्या में इकाई वर्ग काट लीजिए। मान लीजिए प्रत्येक वर्ग पूर्णांक '–1' निरूपित करता है (आकृति 2)।

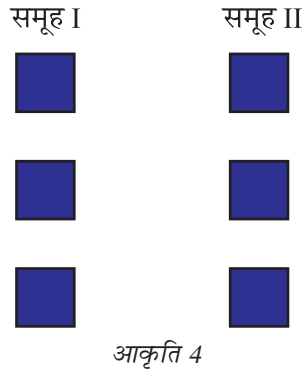
आकृति 2

4. एक नीले इकाई वर्ग और एक लाल इकाई वर्ग को परस्पर चिपकाइए, जिससे इकाई वर्ग के एक ओर का भाग नीला है और दूसरा भाग लाल होगा।

I. धनात्मक पूर्णांकों का किसी धनात्मक पूर्णांक से विभाजन, 6 ÷ 2

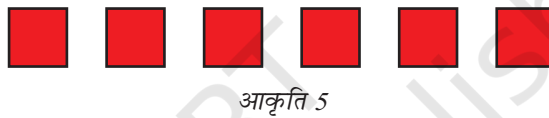
1. 6 नीले वर्ग लीजिए और उन्हें आकृति 3 में दर्शाए अनुसार एक पंक्ति में व्यवस्थित कीजिए।

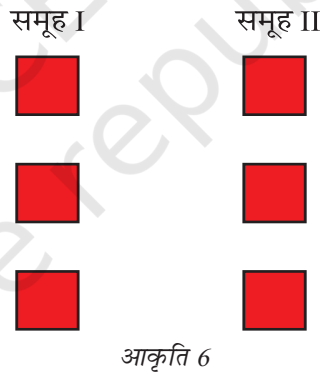
आकृति 3

2. इन नीले वर्गों को एक-एक करके आकृति 4 में दर्शाए अनुसार दो समूहों में विभाजित कीजिए।

आकृति 4

3. प्रत्येक समूह में 3 नीले वर्ग हैं। अत: 6 ÷ 2 = 3 है।

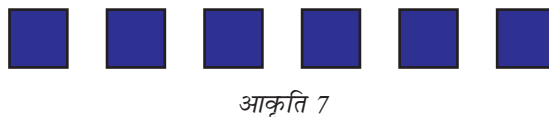
II. (–6) ÷ 2 (ऋणात्मक पूर्णांक का धनात्मक पूर्णांक से विभाजन)

4. 6 लाल इकाई वर्गों को लीजिए और उन्हें आकृति 5 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 5

5. अब इन लाल वर्गों को एक-एक करके दो समूहों में विभाजित कीजिए (आकृति 6)।

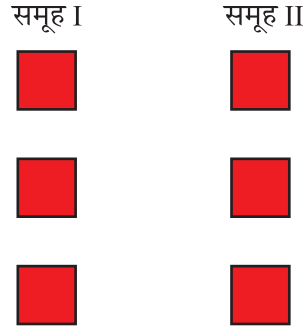
आकृति 6

6. प्रत्येक समूह में 3 लाल वर्ग हैं। अत: (– 6) ÷ 2 = – 3 है।

III. 6 ÷ (–2) (धनात्मक पूर्णांक का ऋणात्मक पूर्णांक से विभाजन)

7. 6 नीले इकाई वर्ग लीजिए और उन्हें पंक्ति में आकृति 7 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 7

8. क्योंकि हमें एक ऋणात्मक पूर्णांक से विभाजित करना है, इसलिए आकृति 7 के प्रत्येक वर्ग को एक बार उलटकर रख दीजिए (आकृति 8)।

आकृति 8

9. अब, उपरोक्त लाल वर्गों को एक-एक करके दो समूहों में विभाजित कीजिए (आकृति 9)।

आकृति 9

10. क्योंकि प्रत्येक समूह में 3 लाल इकाई वर्ग हैं, इसलिए $6 \div (-2) = -3$ है।

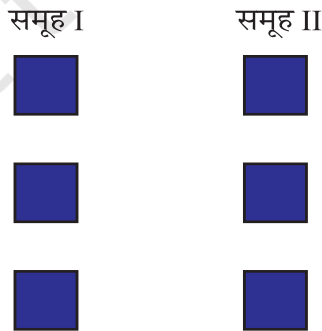
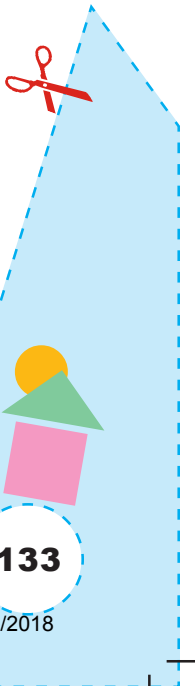
IV. (–6) ÷ (–2) (ऋणात्मक पूर्णांक का ऋणात्मक पूर्णांक से विभाजन)

11. 6 लाल इकाई वर्गों को लीजिए और उन्हें आकृति 10 में दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए।

आकृति 10

12. क्योंकि हमें एक ऋणात्मक पूर्णांक से विभाजित करना है, इसलिए आकृति 10 के प्रत्येक वर्ग को एक बार उलटकर रख दीजिए (आकृति 11)।

आकृति 11

13. अब, आकृति 11 के वर्गों को एक-एक करके दो समूहों में विभाजित कीजिए (आकृति 12)।

आकृति 12

14. क्योंकि प्रत्येक समूह में 3 नीले वर्ग हैं, (–6) ÷ (–2) = 3 है।

इसी क्रियाकलाप को अन्य भागफलों जैसे 6 ÷ 3, –6 ÷ 3, 6 ÷ (–3), (–4) ÷ (–2), –8 ÷ (–4) इत्यादि को ज्ञात करने के लिए किया जा सकता है।

प्रेक्षण

रिक्त स्थानों को भरिए–

6 ÷ 2 = 3

–6 ÷ 2 = –3

6 ÷ (–2) = –3

–6 ÷ (–2) = ______

8 ÷ 4 = ______

–8 ÷ 4 = ______

8 ÷ (–4) = ______

–15 ÷ (–3) = ______

20 ÷ (–4) = ______

16 ÷ (–2) = ______

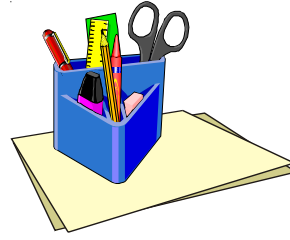
–14 ÷ 2 = ______

–18 ÷ (–9) = ______

10 ÷ (–5) = ______

क्रियाकलाप

यह क्रियाकलाप समान विपरीत चिह्नों वाले पूर्णांको का विभाजन स्पष्ट करने के लिए तथा पूर्णांकों के विभाजन के नियमों को समझने के लिए उपयोगी है।

क्रियाकलाप 30

उद्देश्य

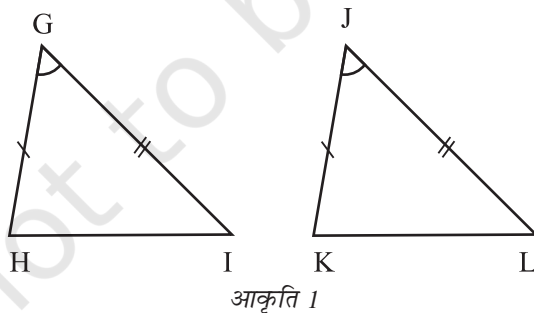
दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए SAS कसौटी को स्पष्ट करना।

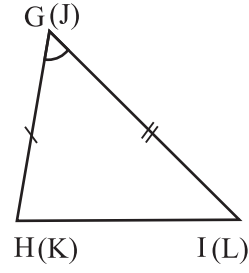
आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कटर, सफ़ेद कागज़, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, स्केच पेन, रंगीन चिकने कागज़।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक चिकने कागज़ पर त्रिभुजों GHI और JKL का एक युग्म इस प्रकार बनाइए कि GH = JK, GI = JL और $\angle G = \angle J$ हो (आकृति 1) तथा Δ GHI और Δ JKL के कट आउट बनाइए।
3. Δ GHI को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 1

प्रदर्शन

Δ JKL पर Δ GHI के कट आउट को अध्यारोपित कीजिए और देखिए कि क्या उपर्युक्त व्यवस्था में यह दूसरे त्रिभुज को ढक लेता है या नहीं। Δ JKL संगतता $G \leftrightarrow J$, $H \leftrightarrow K$, $I \leftrightarrow L$ के अंतर्गत Δ GHI को ठीक-ठीक ढक लेता है। (आकृति 2)।

आकृति 2

अत:, Δ GHI $\cong$ Δ JKL

यदि दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की SAS कसौटी है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा

$\angle$H = ________ $\angle$K = ________

$\angle$I = ________ $\angle$L = ________

HI = ________ KL = ________

$\angle$H = $\angle$K

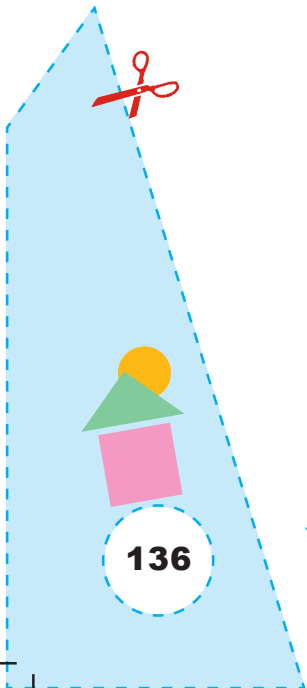
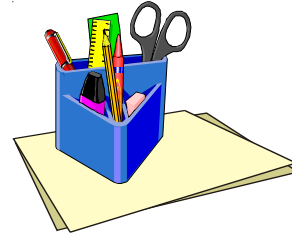
$\angle$I = $\angle$ ________

HI = ________

अत:, Δ GHI $\cong$ ________

अनुप्रयोग

SAS कसौटी अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में उपयोगी है।

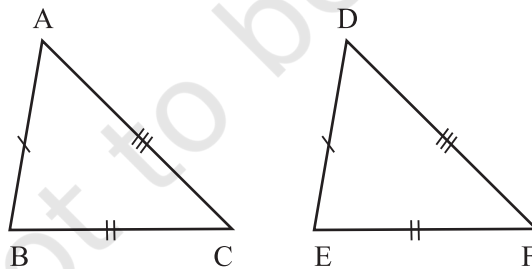
क्रियाकलाप 31

उद्देश्य

दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए SSS कसौटी को स्पष्ट करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कटर, सफ़ेद कागज़, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, स्केच पेन, रंगीन चिकने कागज़।

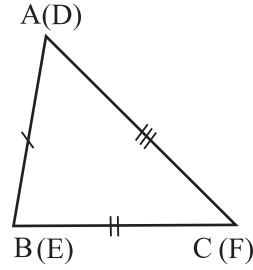
रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक चिकने कागज़ पर त्रिभुजों ABC और DEF का एक ऐसा युग्म बनाइए कि AB = DE, BC = EF और AC = DF हो (आकृति 1) तथा Δ ABC और Δ DEF के कट आउट बनाइए।
3. Δ ABC को कार्डबोर्ड पर चिपका दीजिए।

आकृति 1

प्रदर्शन

Δ DEF के कट आउट को Δ ABC पर अध्यारोपित कीजिए तथा देखिए कि उचित तरीके से रखने पर एक त्रिभुज दूसरे त्रिभुज को ढँक लेता है या नहीं। देखिए कि Δ DEF संगतता A↔D, B↔E, C↔F के अंतर्गत Δ ABC को ठीक-ठीक ढँक लेता है (आकृति 2)।

अत:, Δ ABC $\cong$ Δ DEF

यह दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की SSS कसौटी है।

आकृति 2

प्रेक्षण

प्रत्यक्ष माप द्वारा

Δ ABC और Δ DEF में –

$\angle A$ = ________ $\angle D$ = ________

$\angle B$ = ________ $\angle E$ = ________

$\angle C$ = ________ $\angle F$ = ________

$\angle A = \angle D$

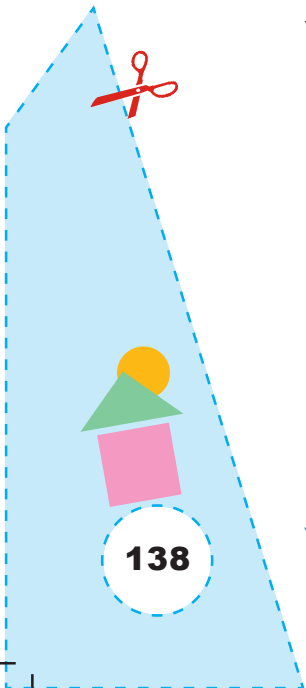
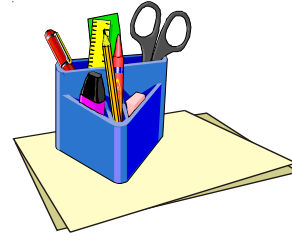
$\angle B = \angle$ ________

$\angle C = \angle$

अत:, Δ ABC $\cong$ ________

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में उपयोगी हो सकता है।

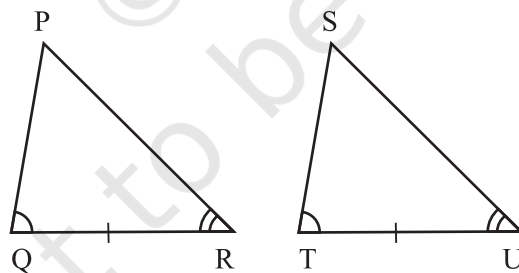
क्रियाकलाप 32

उद्देश्य

दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए ASA कसौटी को स्पष्ट करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, कटर, सफ़ेद कागज़, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, स्केच पेन, रंगीन चिकने कागज़।

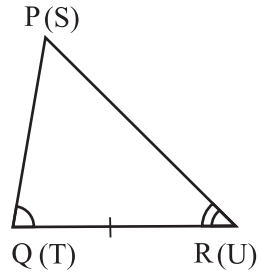
रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. चिकने कागज़ पर त्रिभुजों PQR और STU का एक युग्म ऐसा बनाइए कि QR = TU, $\angle Q = \angle T$, $\angle R = \angle U$ हो (आकृति 1) तथा Δ PQR और Δ STU के कट आउट बनाइए।
3. Δ PQR कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 1

प्रदर्शन

Δ STU के कट आउट को Δ PQR पर अध्यारोपित कीजिए और देखिए कि क्या उपयुक्त व्यवस्था में एक त्रिभुज दूसरे त्रिभुज को ढँक लेता है या नहीं। देखिए कि Δ STU संगतता $P \leftrightarrow S$, $Q \leftrightarrow T$, $R \leftrightarrow U$ के अंतर्गत Δ PQR को पूर्णतया ढँक लेता है। (आकृति 2)।

अतः, Δ PQR $\cong$ Δ STU

यह दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की ASA कसौटी है।

आकृति 2

प्रेक्षण

वास्तविक मान द्वारा Δ PQR और Δ STU में –

$\angle$P = ________ $\angle$S = ________

PQ = ________ ST = ________

PR = ________ SU = ________

$\angle$P = $\angle$S

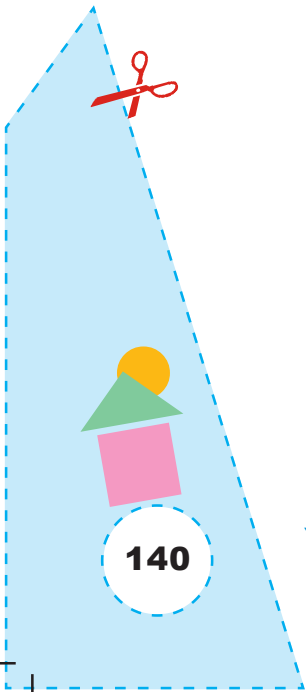
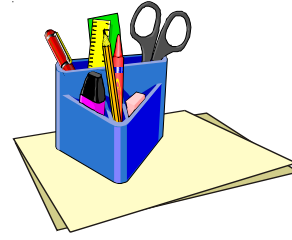
PQ = ________

PR = ________

अतः, Δ PQR $\cong$ ________

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में उपयोगी है।

क्रियाकलाप 33

उद्देश्य

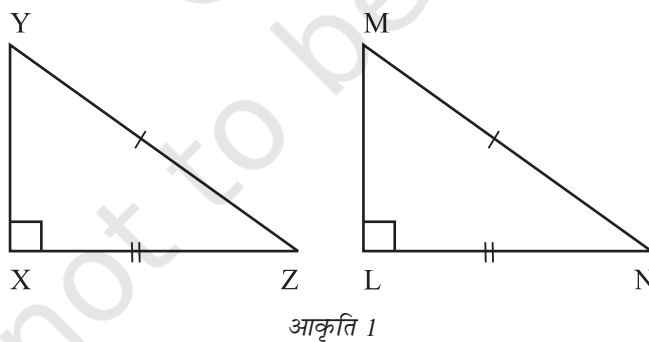
दो समकोण त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए RHS कसौटी को स्पष्ट करना।

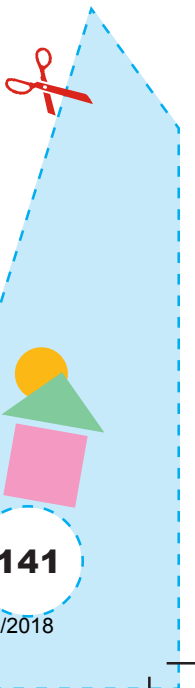
आवश्यक सामग्री

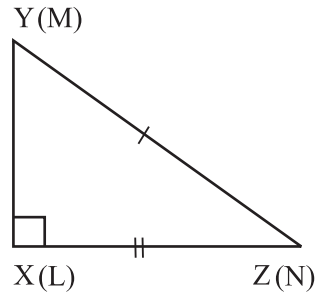
कार्डबोर्ड, कटर, सफ़ेद कागज़, ज्यामिति बॉक्स, पेंसिल, स्केच पेन, रंगीन चिकने कागज़।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक चिकने कागज़ पर समकोण त्रिभुजों XYZ और LMN का एक ऐसा युग्म बनाइए कि कर्ण YZ = कर्ण MN और भुजा XZ = भुजा LN हो (आकृति 1) तथा Δ XYZ और Δ LMN के कट आउट बनाइए।
3. Δ XYZ को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

आकृति 1

प्रदर्शन

Δ LMN के कट आउट को Δ XYZ पर अध्यारोपित कीजिए और देखिए कि क्या उपयुक्त व्यवस्था में एक त्रिभुज दूसरे त्रिभुज को ढँक लेता है या नहीं। देखिए कि Δ LMN संगतता X↔L, Y↔M, Z↔N के अंतर्गत Δ XYZ को पूर्णतया ढँक लेता है (आकृति 2)।

अतः, $\Delta XYZ \cong \Delta LMN$

यह दो त्रिभुजों की सर्वांगसमता की RHS कसौटी है।

आकृति 2

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा, ΔXYZ और ΔLMN में –

$\angle Y$ = _________ $\angle M$ = _________

$\angle Z$ = _________ $\angle N$ = _________

XY = _________ LM = _________

$\angle Y = \angle M$

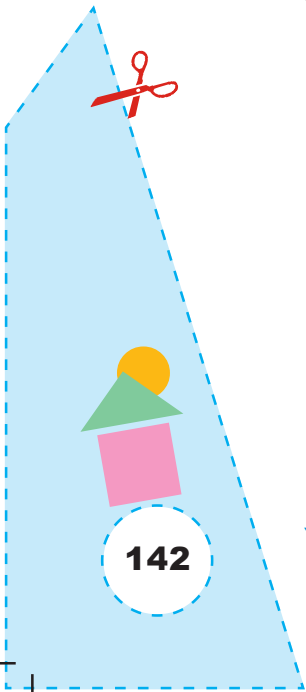
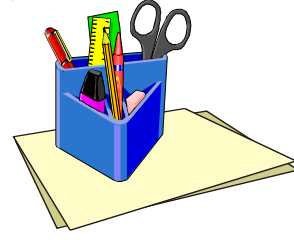
$\angle Z = \angle$ _________

XY = _________

अतः, $\Delta XYZ \cong \Delta$ _________

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में उपयोगी है।

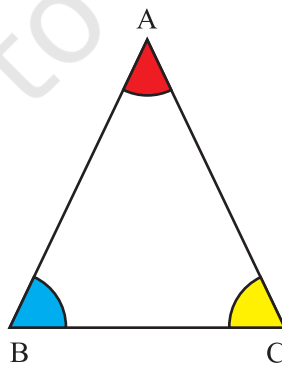
क्रियाकलाप 34

उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक समद्विबाहु त्रिभुज में बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, सफ़ेद कागज़ की शीट, ड्रॉइंग शीट, विभिन्न रंग, गोंद, कैंची, ट्रेसिंग पेपर, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ की शीट चिपकाइए।
2. कागज़ की शीट पर एक समद्विबाहु त्रिभुज (जिसमें AB = AC हो) खींचिए तथा इसे काटकर निकाल लीजिए।
3. इस त्रिभुज के तीनों कोणों को अलग-अलग रंगों से आकृति 1 में दर्शाए अनुसार रंगिए।

आकृति 1

4. इस त्रिभुज की एक ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए तथा इस प्रतिलिपि के कोणों को भी उन्हीं रंगों में रंगिए, जिनमें कार्डबोर्ड वाले त्रिभुज के कोणों को रंगा है।

5. इन तीनों कोणों के कट आउट बनाइए ।

प्रदर्शन

प्रत्येक कोण के कट आउट को त्रिभुज के अन्य कोणों के कट आउटों पर रखने का प्रयास कीजिए तथा देखिए कि यह उस कोण को ठीक-ठीक ढँकता है या नहीं। ∠B का कट आउट ∠C को ठीक-ठीक ढँक लेता है तथा ∠C का कट आउट ∠B को ठीक-ठीक ढँक लेता है।

अत:, ∠B = ∠C है।

प्रेक्षण

1. ∠B का कट-आउट ∠ _______ के कट-आउट को ठीक-ठीक ढँक लेता है।
2. ∠C का कट-आउट ∠ ________ के कट-आउट को ठीक-ठीक ढँक लेता है।

   ∠B का कट-आउट ∠ _______ के कट-आउट को ठीक-ठीक नहीं ढँकता।

   ∠C का कट-आउट ∠A के कट-आउट को ठीक-ठीक _______

   अत:, ∠B = ∠ _______

   वास्तविक मापन द्वारा

   ∠B = ________

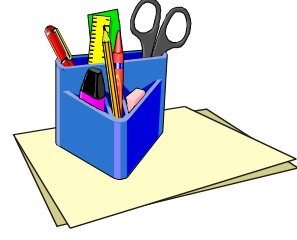
   ∠C = ________

   ∠A = ________

   इस प्रकार, एक समद्विबाहु त्रिभुज में, बराबर भुजाओं के सम्मुख कोण _________होते हैं।

अनुप्रयोग

इस परिणाम का प्रयोग अन्य अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में किया जाता है।

क्रियाकलाप 35

उद्देश्य

दो भिन्नों का गुणा करना। (मान लीजिए $\frac{3}{4}$ और $\frac{5}{6}$)

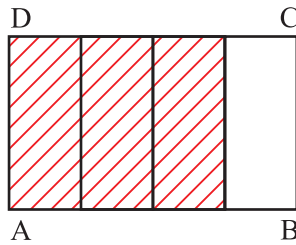
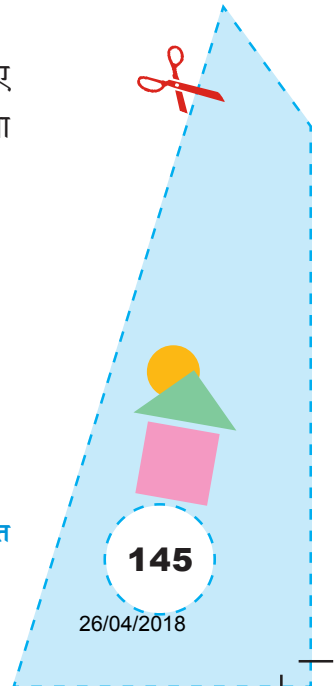
आवश्यक सामग्री

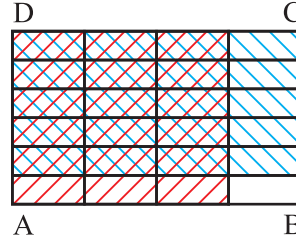
कार्डबोर्ड, एक सफ़ेद चार्ट पेपर, रूलर, पेंसिल, रबर, गोंद, दो भिन्न रंगों (मान लीजिए नीला और लाल) के दो स्केच पेन।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. कार्डबोर्ड पर उपयुक्त विमाओं (मान लीजिए 8 cm × 3 cm) का एक आयत ABCD खींचिए, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

3. आयत ABCD को 4 बराबर भागों (मान लीजिए लंबाई के अनुदिश) में विभाजित कीजिए तथा स्केच पेन द्वारा इनमें से 3 भागों को लाल रंग से रंगिए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

4. आयत ABCD को चौड़ाई के अनुदिश 6 बराबर भागों में विभाजित कीजिए तथा इनमें से 5 भागों को नीले रंग से रंगिए, जैसा कि आकृति 3 में दर्शाया गया है।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. आकृति 2 में, लाल रंग से रंगा हुआ भाग भिन्न $\frac{3}{4}$ निरूपित करता है।

2. आकृति 3 में, नीले रंग से रंगा हुआ भाग भिन्न $\frac{5}{6}$ निरूपित करता है।

3. आकृति 3 में, लाल और नीले दोनों रंगों से रंगा भाग भिन्न $\frac{15}{24}$ को निरूपित करता है।

   यह $\frac{5}{6}$ का $\frac{3}{4}$ या $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$ को निरूपित करता है।

   इस प्रकार, $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{24}$ है।

   यह गतिविधि अन्य भिन्नों के युग्म लेकर दोहराइए।

प्रेक्षण

1. आकृति 2 में, लंबाई के अनुदिश बराबर भागों की संख्या = _________

   आकृति 2 में, लाल रंग से रंगा भाग = _________

   अतः, आकृति 2 में रंगा हुआ भाग भिन्न _________ निरूपित करता है।

   आकृति 3 में, चौड़ाई के अनुदिश बराबर भाग = _________

   अतः, आकृति 3 में, नीले रंग से रंगा हुआ भाग (चौड़ाई के अनुदिश), भिन्न _________ को निरूपित करता है।

   आकृति 3 में, कुल बराबर भाग (लंबाई और चौड़ाई के अनुदिश) = _________

आकृति 3 में, नीले और लाल दोनों रंगों में रंगे भागों की संख्या = _________

अत:, आकृति 3 में, रंगा हुआ भाग (लाल और नीले दोनों रंगों में) भिन्न _________ निरूपित करता है।

अत:, $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \boxed{}$

2. मान लीजिए कि आयत ABCD का क्षेत्रफल इकाई क्षेत्रफल निरूपित करता है।

(i) लाल रंग से रंगे भाग का क्षेत्रफल आयत ABCD के क्षेत्रफल का $\boxed{}$ निरूपित करता है।

(ii) नीले रंग से रंगे भाग का क्षेत्रफल आयत ABCD के क्षेत्रफल का $\boxed{}$ निरूपित करता है।

(iii) आकृति 3 में, संपूर्ण आयतकार क्षेत्रफल $\boxed{}$ बराबर भागों में विभाजित करता है तथा प्रत्येक बराबर भाग $\boxed{}$ निरूपित करता है।

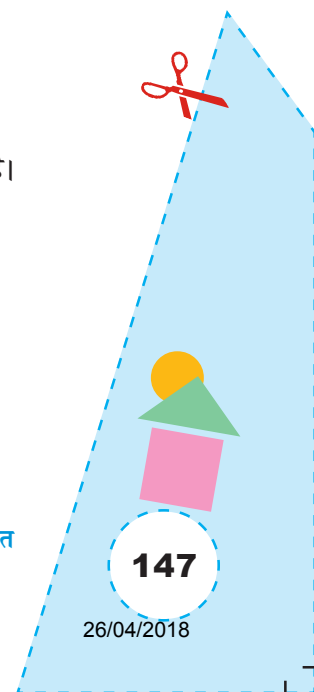
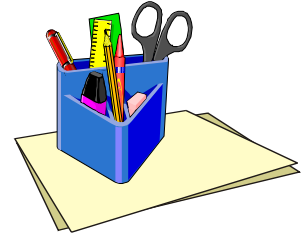
(iv) दोहरे रंगों से रंगा क्षेत्र (लाल और नीला) आयत ABCD के क्षेत्रफल का $\boxed{}$ निरूपित करता है।

दोहरे रंगों से रंगे आयताकार क्षेत्र की लंबाई और चौड़ाई क्रमश: आयत ABCD की लंबाई का $\frac{3}{4}$ और चौड़ाई का $\frac{5}{6}$ निरूपित करती है।

अत:, $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} =$ _______

इस प्रकार, दो भिन्नों का गुणनफल $= \frac{\text{इनके अंशों का गुणनफल}}{\text{इनके हरों का गुणनफल}}$

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप दो उचित भिन्नों के गुणनफल को स्पष्ट करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 36

उद्देश्य

एक भिन्न को किसी भिन्न से विभाजित करना (मान लीजिए $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$)।

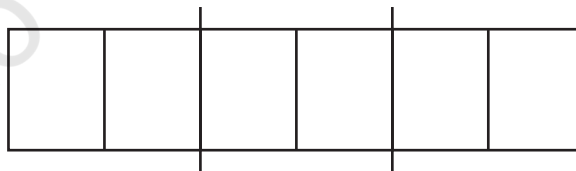
आवश्यक सामग्री

सफ़ेद कागज़ की शीट, रंगीन पेन, पेंसिल, रबड़, इत्यादि।

रचना की विधि

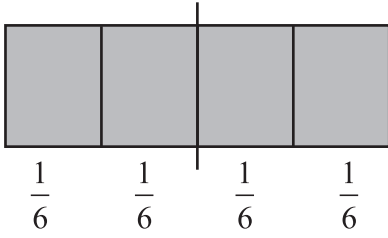
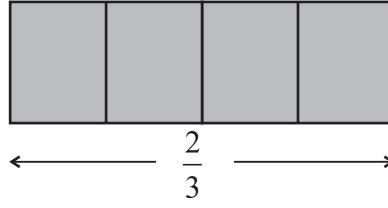
1. कागज़ पर एक आयत खींचिए और उसे तीन बराबर भागों में विभाजित कीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

2. पुनः, प्रत्येक छोटे आयताकार भाग (सेल) को दो बराबर भागों में विभाजित कीजिए जिससे 6 छोटे बराबर भाग प्राप्त हो जाएँ (आकृति 2)।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में, आयत का प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ निरूपित करता है।

अत:, भिन्न $\frac{2}{3}$ उसके दो बराबर भागों से निरूपित होती है (आकृति 3)।

आकृति 3

आकृति 4

2. आकृति 2 में, प्रत्येक भाग भिन्न $\frac{1}{6}$ निरूपित करता है।
3. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$ का अर्थ है कि $\frac{2}{3}$ में कितने $\frac{1}{6}$ अंतर्विष्ट हैं।
4. $\frac{2}{3}$ में चार $\frac{1}{6}$ अंतर्विष्ट हैं (देखिए आकृति 4)।

   अत:, $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = 4$

प्रेक्षण

आकृति 1 में प्रत्येक भाग से निरूपित भिन्न = _______

आकृति 1 में, दो भागों से निरूपित भिन्न = _______

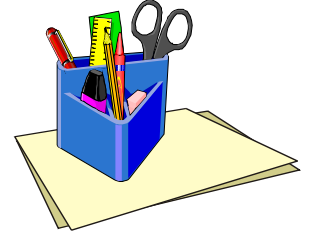
आकृति 2 में, प्रत्येक भाग से निरूपित भिन्न = _______

आकृति 2 में, $\frac{1}{6}$ की संख्या = _______

अत:, _______ = _______

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप दो भिन्नों के विभाजन को स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है।

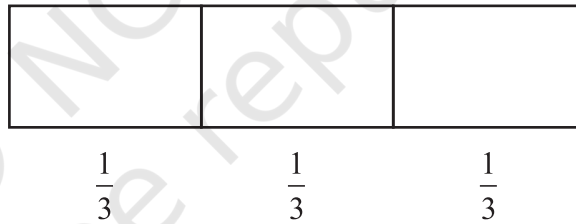
क्रियाकलाप 37

उद्देश्य

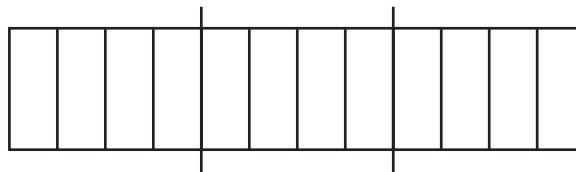
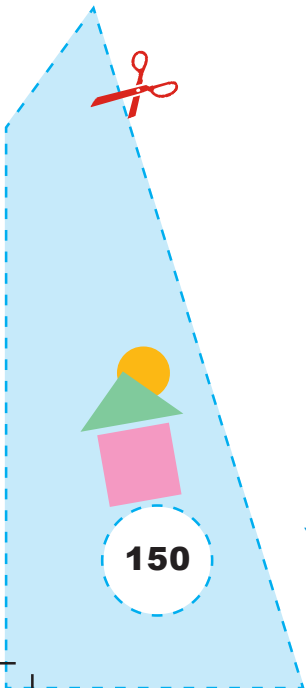
किसी भिन्न को एक संख्या से विभाजित करना (मान लीजिए $\frac{1}{3} \div 4$)।

आवश्यक सामग्री

सफ़ेद कागज़ की शीट, रंगीन पेन/पेंसिल, रबड़, इत्यादि।

रचना की विधि

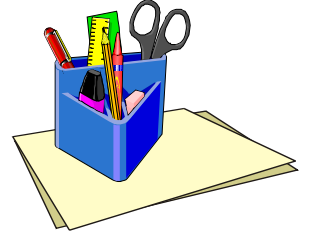
1. कागज़ पर एक आयत खींचिए और इसे तीन बराबर भागों में विभाजित कीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

2. पुनः, प्रत्येक छोटे आयताकार भाग (cell) को दो बराबर भागों में विभाजित कीजिए तथा 12 छोटे बराबर भाग प्राप्त कीजिए (आकृति 2)।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में, आयत का प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ निरूपित करता है।
2. आकृति 2 का प्रत्येक भाग $\frac{1}{3}$ को 4 बराबर भागों में विभाजित करके प्राप्त होता है।

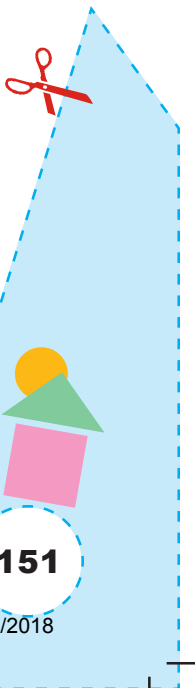
   अतः, आकृति 2 में प्रत्येक भाग $\frac{1}{3} \div 4$ करता है।
3. आकृति 2 में, प्रत्येक भाग भिन्न $\frac{1}{12}$ निरूपित करता है।

   इस प्रकार, $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{12}$

प्रेक्षण

1. आकृति 1 में प्रत्येक भाग से निरूपित भिन्न = ________
2. आकृति 2 के प्रत्येक भाग से निरूपित भिन्न = ________
3. आकृति 2 में, प्रत्येक भाग ________ को ________ से विभाजित करने से प्राप्त होता है।
4. अतः, $\frac{1}{3} \div 4 =$ _______

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप एक भिन्न को एक प्राकृत संख्या द्वारा विभाजन स्पष्ट करने में उपयोगी है।

26/04/2018

क्रियाकलाप 38

उद्देश्य

विभिन्न रंगों के इकाई वर्गों का प्रयोग करके पूर्णांकों का गुणन करना।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, सफ़ेद कागज़, लाल और नीले ग्रिड पेपर, रंगीन पेन (लाल और नीले), गोंद, रूलर, कैंची।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक आकार का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. एक नीला ग्रिड पेपर लीजिए और पर्याप्त मात्रा में इकाई वर्ग काटिए। मान लीजिए हर नीला वर्ग पूर्णांक '+1' दर्शाता है। (आकृति 1)

आकृति 1

3. एक लाल ग्रिड पेपर लीजिए और पर्याप्त मात्रा में इकाई वर्ग काटिए। मान लीजिए हर लाल वर्ग पूर्णांक '–1' दर्शाता है। (आकृति 2)

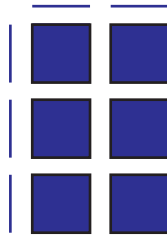
आकृति 2

4. एक नीला इकाई वर्ग तथा एक लाल इकाई वर्ग इस तरह चिपकाइए कि वर्ग की एक भुजा नीली तथा दूसरी भुजा लाल पर मिले।

प्रदर्शन

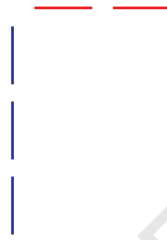
I. दो धनपूर्णांक, मान लीजिए 2 × 3

1. आकृति 3 में दर्शाए अनुसार इकाई लंबाई के 5 (= 2 + 3) नीले किनारे कार्डबोर्ड पर बनाइए। (आकृति 3)
2. आकृति 4 में दर्शाए अनुसार इस आयताकार आकृति को नीले इकाई वर्गों द्वारा पूरा कीजिए।

आकृति 3

आकृति 4

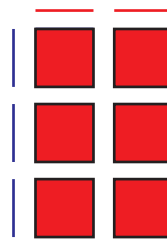
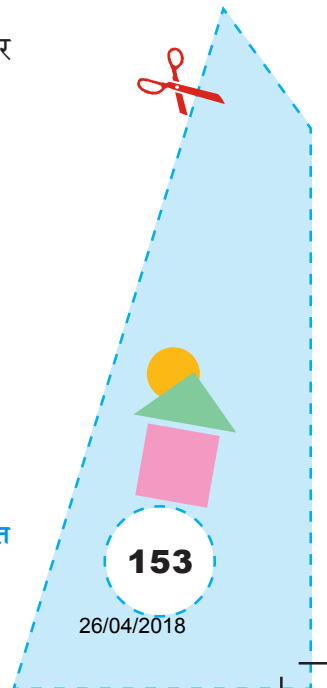
3. इस आयत में नीले इकाई वर्गों की संख्या 6 है। अर्थात् $2 \times 3 = 6$

II. एक ऋण तथा एक धन पूर्णांक, मान लीजिए (–2) × 3

4. इकाई लंबाई के प्रत्येक 3 नीले किनारे तथा 2 लाल किनारे रंगीन पेनों द्वारा बनाइए, क्योंकि हमें (–2) तथा (3) का गुणा करना है। [आकृति 5]

आकृति 5

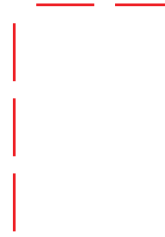
5. आकृति 5 के आयत को नीले इकाई वर्गों द्वारा पूरा कीजिए। [आकृति 6]

आकृति 6

6. चूँकि आयत की एक भुजा में लाल किनारे हैं, अतः आकृति 6 के हर नीले वर्ग को एक बार उल्टा कर रखिए जैसा आकृति 7 में दर्शाया गया है। [आकृति 7]

आकृति 7

7. आकृति 7 में छः लाल इकाई वर्ग हैं।

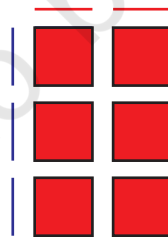
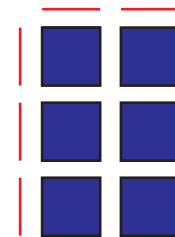
अतः, $(-2) \times 3 = -6$

III. दो ऋण पूर्णांकों के लिए, मान लीजिए, $(-2) \times (-3)$

8. इकाई लंबाई के प्रत्येक 5 लाल किनारे बनाइए जैसा आकृति 8 में दर्शाया गया है, चूँकि हमें (-2) का गुणा (-3) से करना है। [आकृति 8]

आकृति 8

9. नीले इकाई वर्गों द्वारा आकृति 8 का आयत पूरा कीजिए। [आकृति 9]

आकृति 9

10. आकृति 9 के आयतों की दो भुजाओं के किनारे लाल हैं, अतः वर्गों को दो बार उल्टा कीजिए जैसा आकृति 10 और 11 में दर्शाया गया है। [आकृति 10] [आकृति 11]

आकृति 10

आकृति 11

11. आयत में अब 6 नीले वर्ग हैं।

अतः, $(-2) \times (-3) = 6$

इस क्रियाकलाप द्वारा दूसरे गुणनफल भी निकाले जा सकते हैं,

जैसे, $(-4) \times 3$, 4×3, $(-3) \times (5)$ इत्यादि।

प्रेक्षण

$2 \times 3 = 6$

$-2 \times 3 = -6$

$(-2) \times (-3) =$ _____

$4 \times 3 =$ _____

$-4 \times 4 =$ _____

$(-3) \times (-5) =$ _____

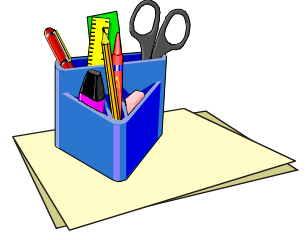
$(-9) \times (-10) =$ _____

$-7 \times 4 =$ _____

$-5 \times (-6) =$ _____

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप दो पूर्णांकों के गुणन को समझाने के लिए उपयोगी है, जिनके चिह्न समान/अलग हों तथा यह पूर्णांकों के गुणन के नियमों को समझने में भी उपयोगी है।

क्रियाकलाप 39

उद्देश्य

एक प्राकृत संख्या को एक भिन्न से भाग देना।

आवश्यक सामग्री

चार्ट पेपर, स्केच पेन, रूलर, पेंसिल, गोंद, कार्डबोर्ड।

रचना की विधि

आइए $2 \div \frac{1}{4}$ ज्ञात करें।

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक चार्ट पेपर चिपकाइए।
2. कार्डबोर्ड में से बराबर मापों के दो आयत काट लीजिए (आकृति 1)।

आकृति 1

3. प्रत्येक आयत को आकृति 2 में दर्शाए अनुसार चार बराबर भागों में विभाजित कीजिए।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. यहाँ दो सर्वसम आयत हैं, जो प्राकृत संख्या 2 को निरूपित करते हैं।

2. प्रत्येक आयत को चार बराबर भागों में विभाजित किया गया है। अत:, एक आयत में प्रत्येक भाग भिन्न $\frac{1}{4}$ निरूपित करता है।

3. आकृति 2 में, कुल आठ $\frac{1}{4}$ हैं, अर्थात् 2 में आठ $\frac{1}{4}$ अंतर्विष्ट हैं।

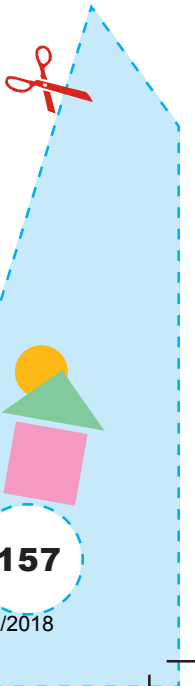
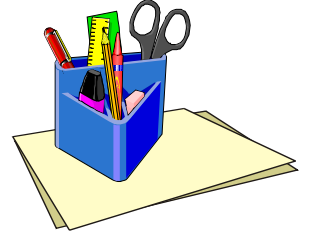
   इस प्रकार, $2 \div \frac{1}{4} = 8 \;(2 \times \frac{4}{1})$ है।

   इस क्रियाकलाप को अन्य प्राकृत संख्याएँ तथा अन्य भिन्नों को लेकर दोहराया जा सकता है, जैसे $3 \div \frac{1}{4}$, $4 \div \frac{1}{5}$, $6 \div \frac{1}{3}$, इत्यादि।

प्रेक्षण

1. आकृति 1 में प्रत्येक आयत संख्या _________ निरूपित करता है।
2. आकृति 2 में दोनों आयत मिलकर संख्या _________ निरूपित करते हैं।
3. आकृति 2 में प्रत्येक आयत संख्या _________ निरूपित करता है।
4. आकृति 2 में, $\frac{1}{4}$ निरूपित करने वाले भागों की कुल संख्या _________ है।
5. $2 \div \frac{1}{4} =$ _________ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग एक प्राकृत संख्या के एक भिन्न द्वारा विभाजन को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 40

उद्देश्य

एक मिश्रित भिन्न को एक उचित भिन्न से भाग देना $(1\frac{3}{4} \div \frac{1}{4})$ ।

आवश्यक सामग्री

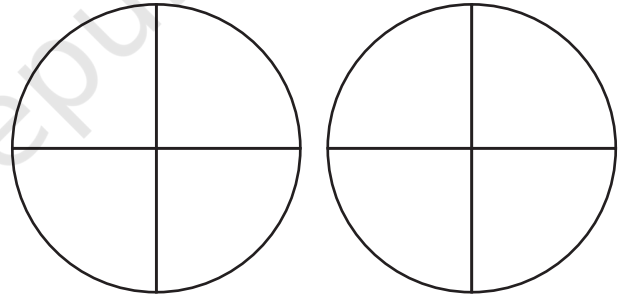
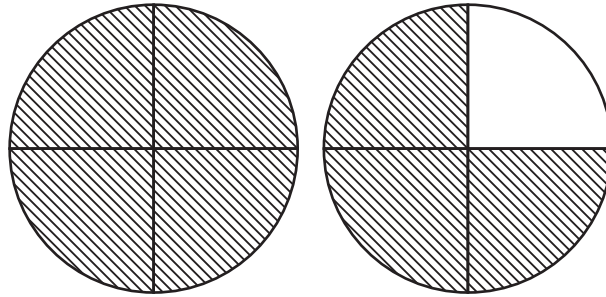
कागज़, रंगीन पेन, रबर, पेंसिल, कार्डबोर्ड, गोंद ।

रचना की विधि

1. समान त्रिज्या के दो वृत्त एक कागज़ पर खींचिए और उन्हें काटकर एक कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

2. हर वृत्त को 4 समान भागों में विभाजित कीजिए जैसा आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

3. एक वृत्त को पूरा और दूसरे वृत्त के 3 समान भागों को छायांकित कीजिए।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में हर भाग भिन्न $\frac{1}{4}$ प्रदर्शित करता है।

2. आकृति 2 में छायांकित भाग मिश्रित भिन्न $1\frac{3}{4}$ दर्शाता है।

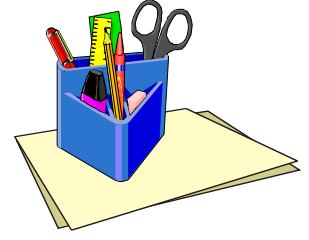
3. आकृति 2 के छायांकित भाग में सात $\frac{1}{4}$ हैं।

अतः, $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 7$

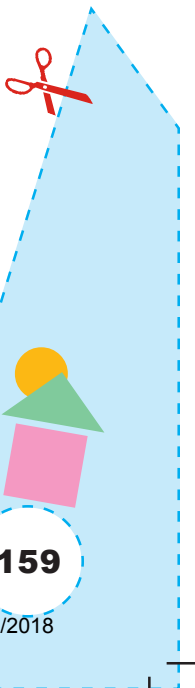
प्रेक्षण

आकृति 1 का प्रत्येक भाग दर्शाता है भिन्न = ______

आकृति 2 में छायांकित भाग दर्शाता है मिश्रित भिन्न = ______

आकृति 2 के छायांकित भाग में ______ हैं।

अतः, ____ ÷ ____ = ____

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप मिश्रित भिन्न का किसी उचित भिन्न द्वारा विभाजन समझाने के लिए उपयोगी है।

क्रियाकलाप 41

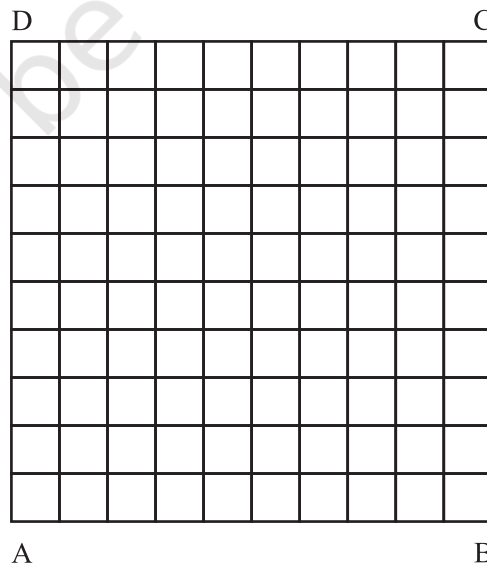
उद्देश्य

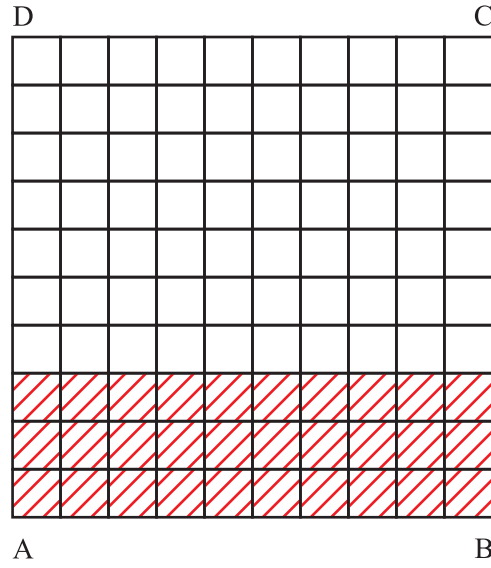
एक ग्रिड का प्रयोग करते हुए, दो दशमलवों (मान लीजिए 0.3 और 0.4) का गुणा करना।

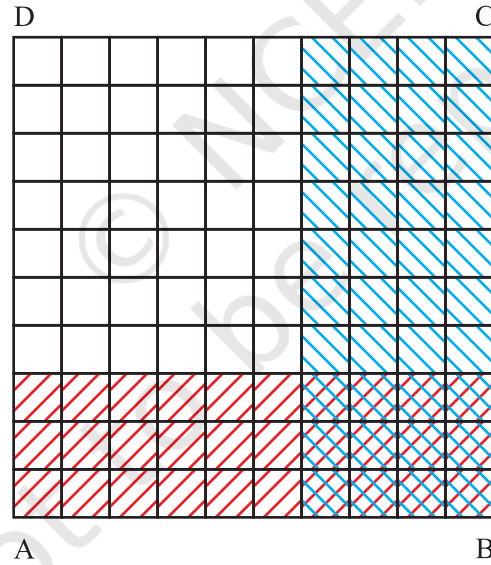
आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, एक सफ़ेद चार्ट पेपर, रूलर, पेंसिल, रबर, गोंद, भिन्न-भिन्न रंगों के दो स्केच पेन।

रचना विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद चार्ट पेपर चिपकाइए।
2. इस पर एक 10×10 ग्रिड बनाइए तथा इस ग्रिड के कोनों को आकृति 1 में दर्शाए अनुसार A, B, C और D से नामांकित कीजिए।

आकृति 1

3. सबसे नीचे की पंक्ति से प्रारंभ करते हुए, एक (मान लीजिए लाल रंग के) स्केच पेन द्वारा तीन क्षैतिज पट्टियों में रंग भरिए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

4. सबसे दाईं ओर के कोने से प्रारंभ करते हुए, मान लीजिए नीले रंग के स्केच पेन द्वारा चार ऊर्ध्वाधर पट्टियों में रंग भरिए जैसा कि आकृति 3 में दर्शाया गया है।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. आकृति 2 में, लाल रंग से भरा हुआ भाग (क्षैतिज पट्टियाँ) $\frac{3}{10}$, अर्थात् 0.3 निरूपित करता है।

2. आकृति 3 में, नीले रंग से भरा हुआ भाग (ऊर्ध्वाधर पट्टियाँ) $\frac{4}{10}$, अर्थात् 0.4 निरूपित करता है।

3. आकृति 3 में, लाल और नीले दोनों रंगों से भरा हुआ भाग $\frac{12}{100}$, अर्थात् 0.12 निरूपित करता है।

   इस प्रकार, $0.3 \times 0.4 = 0.12$ है।

4. 0.5×0.6, 0.2×0.8, 0.6×0.3, 0.5×0.5 इत्यादि जैसे दशमलवों के युग्मों के गुणनफलों को निरूपित करने के लिए, विभिन्न संख्याओं में क्षैतिज और ऊर्ध्वाधर पट्टियाँ लेकर, इस क्रियाकलाप को दोहराइए।

प्रेक्षण

आकृति 2 मे, क्षैतिज पट्टियों की कुल संख्या = _________

लाल रंग से भरी हुई क्षैतिज पट्टियों की संख्या = _________

अत:, रंगी हुई क्षैतिज पट्टियों से निरूपित दशमलव = _________

आकृति 3 में, ऊर्ध्वाधर पट्टियों की कुल संख्या = _________

नीले रंग से भरी हुई ऊर्ध्वाधर पट्टियों की कुल संख्या = _________

अत:, रंगी हुई ऊर्ध्वाधर पट्टियों की कुल संख्या = _________

ग्रिड में छोटे वर्गों की कुल संख्या = _________

नीले और लाल दोनों रंगों से भरे वर्गों की संख्या = _________

दोहरे रंगों से भरे क्षेत्र से निरूपित दशमलव = _________

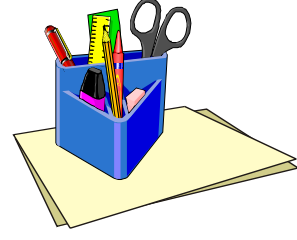
अत:, 0.3×0.4 = _________

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग दो दशमलवों के गुणन की अवधारणा को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

टिप्पणी

1. आकृति 2 और आकृति 3 में, विद्यार्थी सबसे नीचे की पंक्ति से प्रारंभ न करते हुए, पट्टियों को रंग सकते हैं।

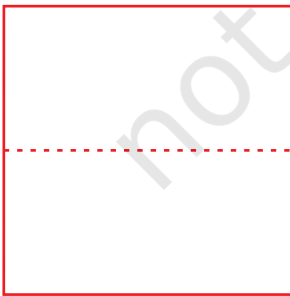
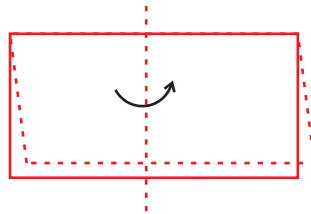
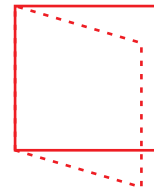
क्रियाकलाप 42

उद्देश्य

a^n (जहाँ a और n प्राकृत संख्याएँ हैं) का मान कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा ज्ञात करना।

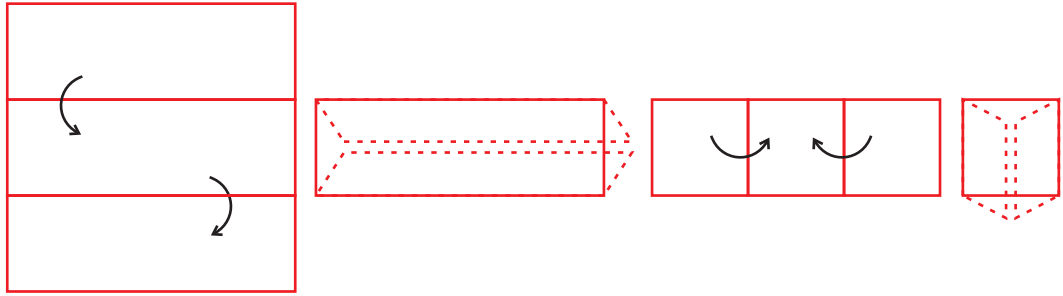
आवश्यक सामग्री

रंगीन पतली शीटें, रूलर, पेंसिल, कैंची, गोंद।

रचना की विधि

1. एक पतली रंगीन शीट पर, एक सुविधाजनक माप का वर्ग खींचिए तथा उसे काटकर निकाल लीजिए।
2. इस शीट (वर्ग) को एक बार मोड़िए, जिससे इसका एक भाग दूसरे भाग को ठीक-ठीक ढक ले (आकृति 1)। यह मोड़ का निशान शीट (वर्ग) को दो बराबर भागों में विभाजित कर देता है।
3. इस शीट को पुनः मोड़िए, जैसा कि चरण 2 में किया था (आकृति 2)। इससे शीट चार बराबर भागों में विभाजित हो जाती है।
4. शीट को बार-बार 4 या 5 बार मोड़ते रहिए, जैसा कि चरणों 2 और 3 में किया था।
5. अब शीट को खोल लीजिए।

आकृति 1 *आकृति 2* *आकृति 3*

6. एक दूसरी वर्गाकार शीट को मोड़कर, इसे तीन बराबर भागों में विभाजित कीजिए।

7. इस मुड़ी हुई शीट को मोड़कर पुन: तीन बराबर भागों में विभाजित कीजिए तथा ऐसा 3 या 4 बार कीजिए (आकृति 4)।

आकृति 4

प्रदर्शन

आधार (प्रत्येक बार शीट को जितने बराबर भागों में विभाजित किया जाता है)	शीट जितने पर विभाजित की गई	घातांक	बराबर भागों की कुल संख्या (घात)
2	0	0	1 (2^0)
2	1	1	2 (2^1)
2	2	2	4 (2^2)
2	3	3	8 (2^3)
3	0	0	1 (3^0)
3	1	1	3 (3^1)
3	2	2	9 (3^2)

प्रेक्षण

2^0 = 1, 3^0 = ____, 4^0 = ____, 5^0 = ____,

2^1 = ____, 3^1 = ____, 4^1 = ____, 5^1 = ____,

2^2 = ____, 3^2 = ____, 4^2 = ____, 5^2 = ____,

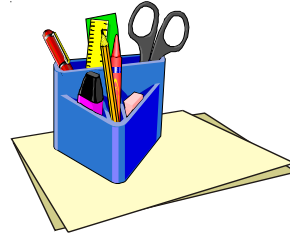
2^3 = ____, 3^3 = ____, 4^3 = ____, 5^3 = ____,

2^4 = ____, 3^4 = ____, 3^5 = ____,

2^4 को 2 की चौथी घात कहा जाता है। 3^5 को ____ की ____ घात कहा जाता है।

अनुप्रयोग

1. इस क्रियाकलाप का उपयोग आधार, घातांक और घात की अवधारणाओं को स्पष्ट करने में किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 43

उद्देश्य

एक त्रिभुज के बहिष्कोण गुण को सत्यापित करना।

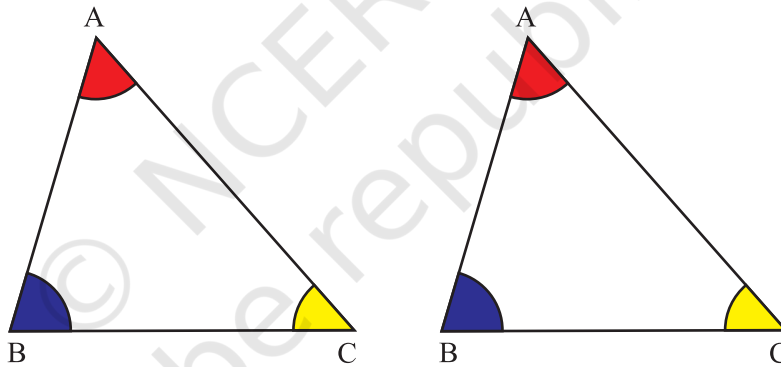
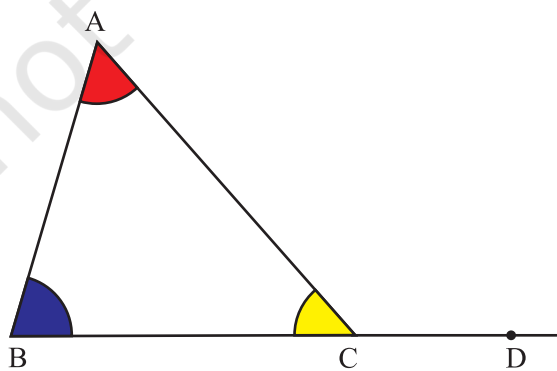
आवश्यक सामग्री

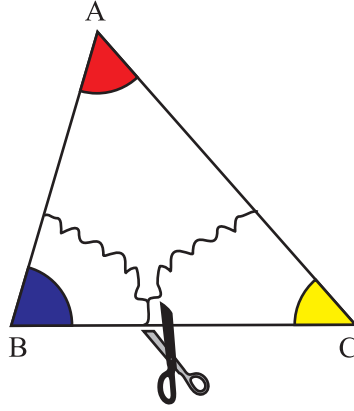
ड्रॉइंग शीट, रंग, गोंद, कैंची, पेन/पेंसिल, कार्डबोर्ड, सफ़ेद कागज़, ज्यामिति बॉक्स।

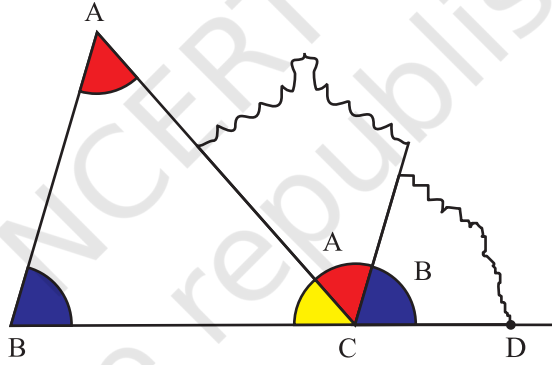
रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ चिपकाइए।
2. दो सर्वसम त्रिभुज ABC बनाइए।
3. इन त्रिभुजों के कोणों को आकृति 1 में दर्शाए अनुसार रंगिए।

आकृति 1

4. इनमें से एक त्रिभुज को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए तथा इसकी एक भुजा, मान लीजिए, BC को आकृति 2 में दर्शाए अनुसार बढ़ाइए।

आकृति 2

5. अब दूसरे त्रिभुज में से कोणों A और B को काटकर निकाल लीजिए (आकृति 3)।

आकृति 3

6. $\angle A$ और $\angle B$ के कट आउटों को (आकृति 2 में बने) बहिष्कोण ACD पर इस प्रकार रखिए कि उनके बीच में कोई रिक्तता न रहे, जैसा कि आकृति 4 में दर्शाया गया है।

आकृति 4

प्रदर्शन

1. $\angle ACD$, Δ ABC का एक बहिष्कोण है।

2. $\angle A$ और $\angle B$ इसके विपरीत अंत:कोण हैं, जो मिलकर $\angle ACD$ को ठीक-ठीक ढँक लेते हैं, जैसा आकृति 4 में दर्शित है।

3. अत:, $\angle ACD = \angle A + \angle B$

इस प्रकार, त्रिभुज का बहिष्कोण = उसके दो विपरीत अंत:कोण या उसके दो अभिमुख कोण।

यह क्रियाकलाप त्रिभुज के अन्य शीर्षों पर बनने वाले बहिष्कोणों के लिए भी किया जा सकता है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

माप ∠A =

माप ∠B =

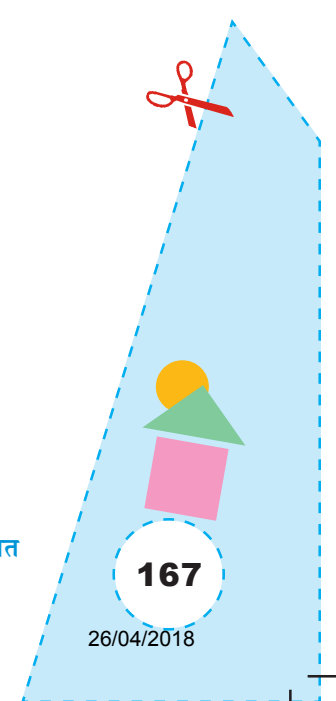
माप ∠ACD =

∠ACD = ∠A + ∠ _____

अत:, त्रिभुज का एक बहिष्कोण उसके _____ अत:, कोणों के _____ के बराबर है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप निम्न को स्पष्ट करने में प्रयोग किया जा सकता है–

1. बहिष्कोण और अभिमुख अत: कोणों के बीच संबंध।
2. त्रिभुज का बहिष्कोण ज्ञात करना, जब दोनों अभिमुख अंत:कोण दिए गए हों।
3. किसी त्रिभुज का अज्ञात अंत: कोण यदि उसका बहिष्कोण दिया गया हो।

क्रियाकलाप 44

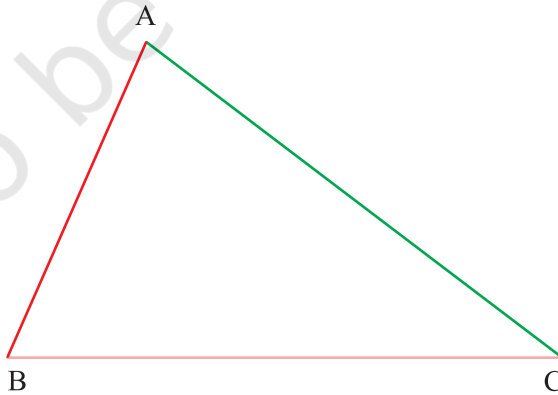
उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि एक त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

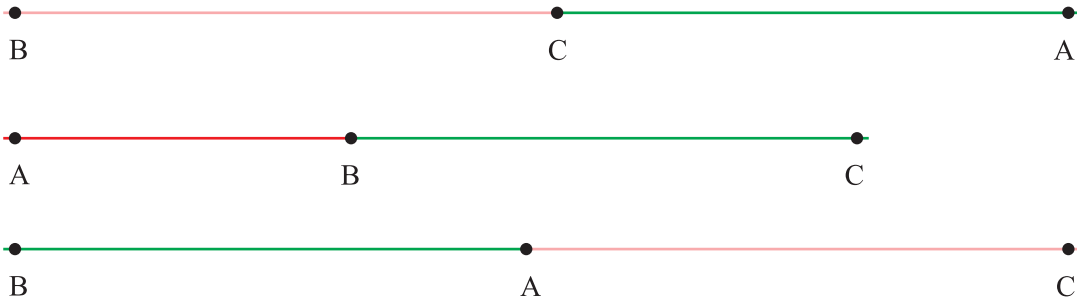
आवश्यक सामग्री

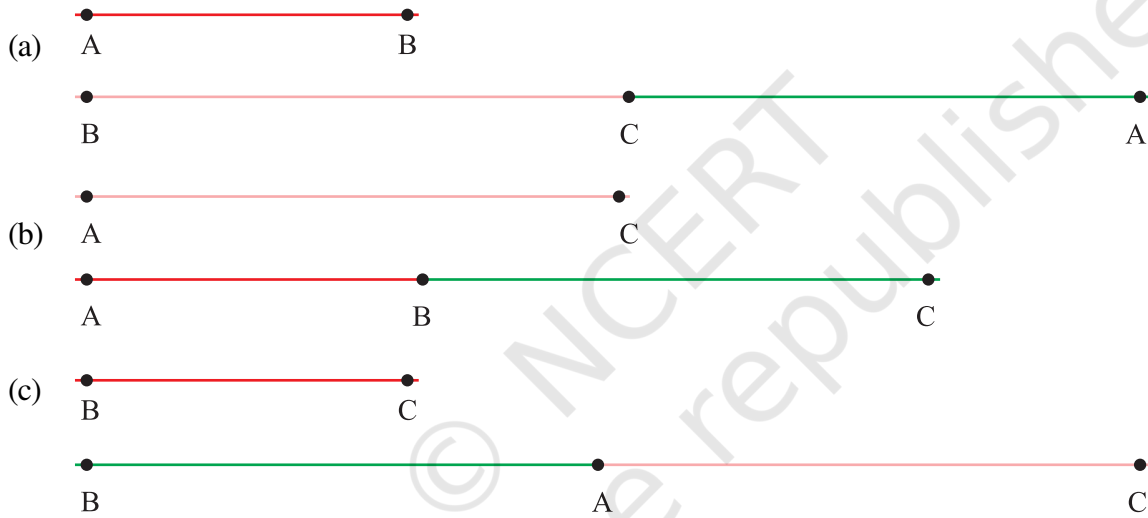
कागज़ की मोटी शीट, रंगीन स्ट्रॉ (straws), कैंची, कार्डबोर्ड, सफ़ेद शीट, गोंद।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद शीट चिपकाइए।
2. किन्हीं भी विमाओं की एक त्रिज्या इस शीट पर बनाइए, जैसा कि आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

3. त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाइयों के बराबर लंबाइयों के विभिन्न रंगों (मान लीजिए गुलाबी, हरा और लाल) के तीन स्ट्रॉ काट लीजिए।

4. किन्हीं दो रंगों के स्ट्रॉ को कार्डबोर्ड पर एक रेखा में इस प्रकार रखिए कि उनके बीच में कोई रिक्तता न रहे, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 2

5. अब तीसरे स्ट्रॉ को उपरोक्त जुड़े हुए दोनों स्ट्रॉ के ऊपर आकृति 3 में दर्शाए अनुसार रखिए।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. उपरोक्त में प्रत्येक बार तीसरा स्ट्रॉ एक रेखा में संयोजित अन्य दोनों स्ट्रॉ से सदैव छोटा रहता है।

   अर्थात्, BC + AC > AB, AB + BC > AC, AB + AC > BC

   इस प्रकार, त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा–

AB = ________ cm, BC = ________ cm, CA = ________ cm

CA + CB = ________ cm, CA + AB = ________ cm, AB + BC = ________ cm

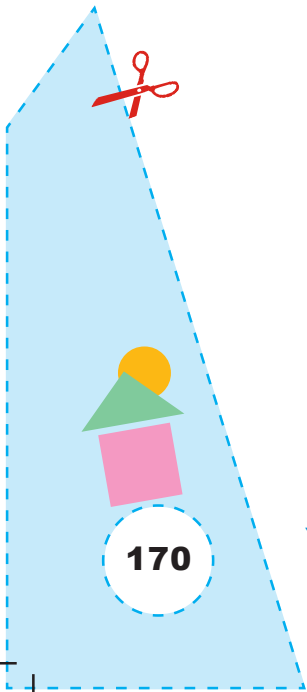
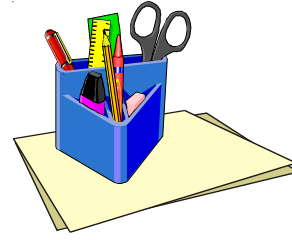
CA + BC ________ AB

CA + AB > __________

AB + BC ________ AC

अनुप्रयोग

1. इस परिणाम का प्रयोग यह ज्ञात करने में किया जा सकता है कि दी हुई भुजाओं से एक त्रिभुज बन सकता है या नहीं।

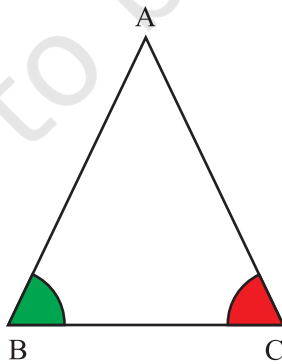
2. इस क्रियाकलाप का उपयोग यह सत्यापित करने में किया जा सकता है कि त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है।

क्रियाकलाप 45

उद्देश्य

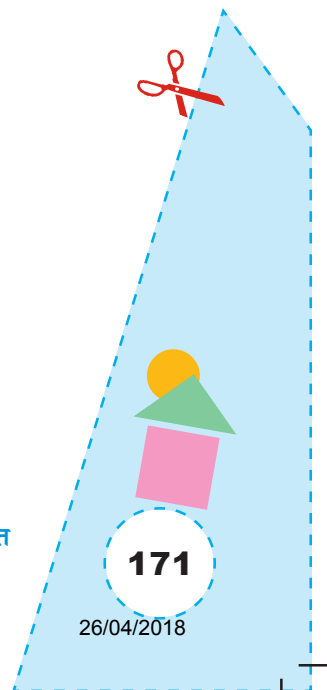
यह सत्यापित करना कि एक त्रिभुज में बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

आवश्यक सामग्री

कार्डबोर्ड, रंग, ट्रेसिंग पेपर, कैंची, पेन/पेंसिल, ज्यामिति बॉक्स, सफ़ेद कागज़ की शीट।

रचना की विधि

1. एक सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद कागज़ की शीट चिपकाइए।
2. कागज़ की शीट पर एक त्रिभुज ABC बनाइए जिसमें दो कोण, मान लीजिए $\angle B$ और $\angle C$ बराबर हों।
3. $\angle B$ को हरे रंग से तथा $\angle C$ को लाल रंग से रंगिए (आकृति 1)।

आकृति 1

4. इस त्रिभुज को कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।
4. एक ट्रेसिंग पेपर की सहायता से इस त्रिभुज की ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए।

प्रदर्शन

इस त्रिभुज को शीर्ष A से होकर जाती हुई एक रेखा के अनुदिश इस प्रकार मोड़िए कि भुजा BC स्वयं के अनुदिश गिरे। तब, शीर्ष B शीर्ष C पर गिरता है।

अत:, भुजा AB भुजा BC को ठीक-ठीक ढँक लेती है।

इस प्रकार, AB = AC है अर्थात् त्रिभुज के बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ बराबर हैं।

प्रेक्षण

1. शीर्ष B शीर्ष ________ पर गिरता है।
2. भुजा AB भुजा _________ पर गिरती है।
3. भुजा AB भुजा ________ को ठीक-ठीक ढँक लेती है।
4. वास्तविक मापन द्वारा AC = _____, AB = _____, BC = _____

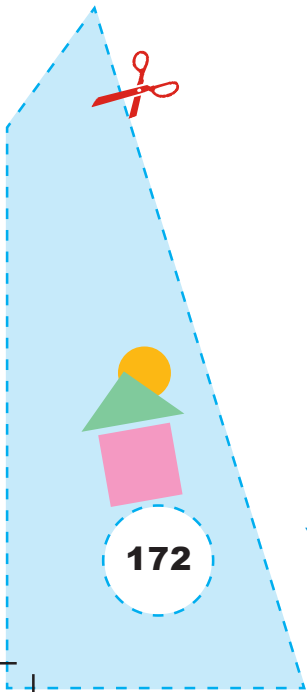
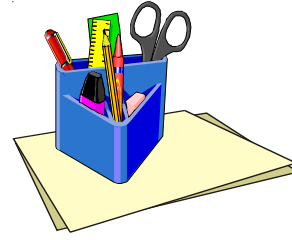
   AB = ______

   AC = ______

   AC = ______

इस प्रकार, त्रिभुजों में, बराबर कोणों की सम्मुख भुजाएँ ______ होती हैं।

अनुप्रयोग

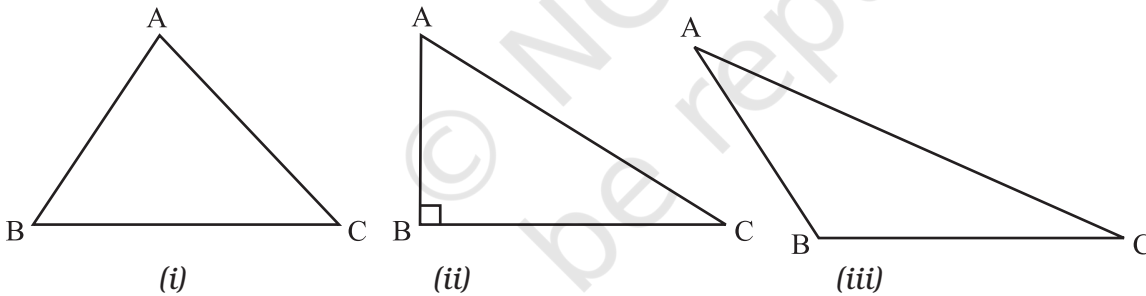
इस परिणाम को अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में प्रयोग किया जाता है।

क्रियाकलाप 46

उद्देश्य

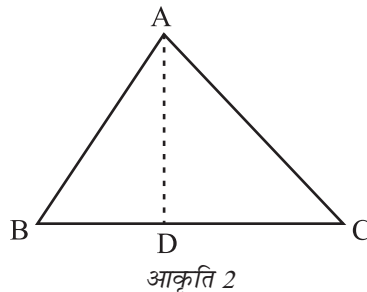
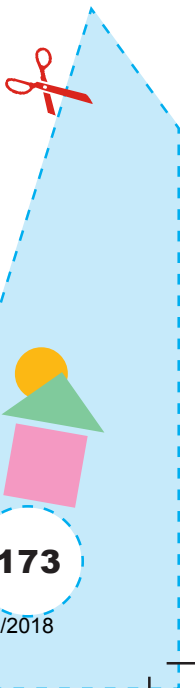
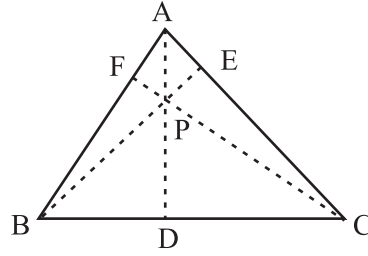
कागज़ मोड़ने की क्रिया द्वारा एक त्रिभुज के शीर्षलंब खींचिए।

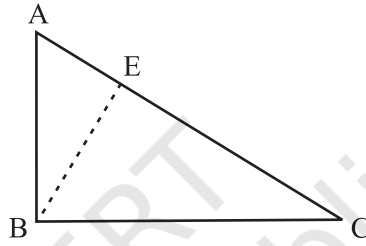
आवश्यक सामग्री

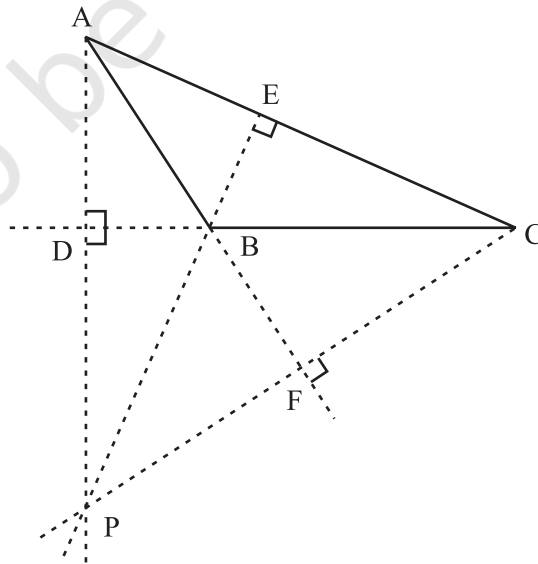
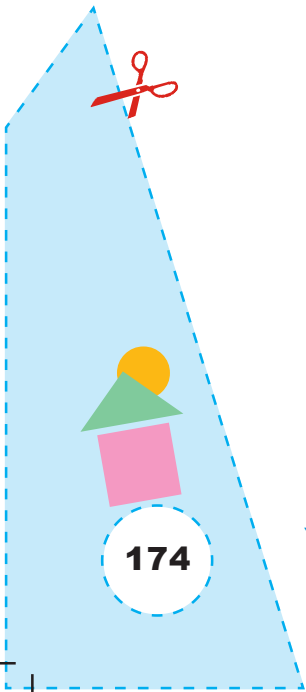
कार्डबोर्ड, रंगीन कागज़, गोंद, कैंची, पेंसिल, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. कागज़ मोड़कर एक त्रिभुज बनाइए या एक त्रिभुज बनाइए। यह त्रिभुज किसी भी प्रकार, अर्थात् न्यूनकोण, समकोण या अधिक कोण त्रिभुज हो सकता है, जैसा आकृति 1 में है।

आकृति 1

2. A से होकर, ΔABC को इस प्रकार मोड़िए कि भुजा BC स्वयं अपने अनुदिश गिरे। इसे खोलिए तथा मोड़ के निशान और BC के प्रतिच्छेद बिंदु को D से अंकित कीजिए। एक रेखाखंड AD खींचिए (आकृति 2)। यह ΔABC का एक शीर्षलंब है।

आकृति 2

3. अन्य दो शीर्षलंब, अर्थात् B से AC पर तथा C से AB पर खींचिए। इन्हें BE और CF से नामांकित कीजिए (आकृति 3)।

आकृति 3

4. एक समकोण त्रिभुज की स्थिति में, इसके दो शीर्षलंब इसकी दो परस्पर लंब भुजाएँ AB और BC हैं। B से AC पर तीसरा शीर्षलंब भी बिंदु B से होकर जाता है (आकृति 4)।

आकृति 4

5. एक अधिक कोण त्रिभुज की स्थिति में, CB के मोड़ के निशान को बढ़ाइए, जिससे आकृति 5 में दर्शाए अनुसार, A से उस पर शीर्षलंब खींचा जा सके। इसी प्रकार से AC पर तथा C से बढ़ाई हुई AB पर लंब खींचिए।

आकृति 5

प्रदर्शन

1. प्रत्येक त्रिभुज के लिए, तीन शीर्षलंब हैं।
2. प्रत्येक त्रिभुज का शीर्षलंब सदैव त्रिभुज के अभ्यंतर में पूर्णतया स्थित नहीं होता है।
3. एक न्यून कोण त्रिभुज में, वह बिंदु जहाँ तीनों शीर्षलंब मिलते हैं त्रिभुज के अभ्यंतर में स्थित होता है।
4. एक समकोण त्रिभुज के शीर्षलंब त्रिभुज पर ही होते हैं तथा वे त्रिभुज के शीर्ष पर मिलते हैं।
5. एक अधिक कोण त्रिभुज में, तीनों शीर्षलंब जिस बिंदु पर मिलते हैं वह त्रिभुज के बहिर्भाग में स्थित होता है।
6. किसी अधिक कोण त्रिभुज के तीनों शीर्षलंब ऐसे बिंदु पर मिलते हैं। जो त्रिभुज के बहिर्भाग में स्थित होता है।

प्रेक्षण

$\angle ADC$ = _____

$\angle BEC$ = _____

$\angle CFA$ = _____

AD भुजा _____ पर शीर्षलंब है।

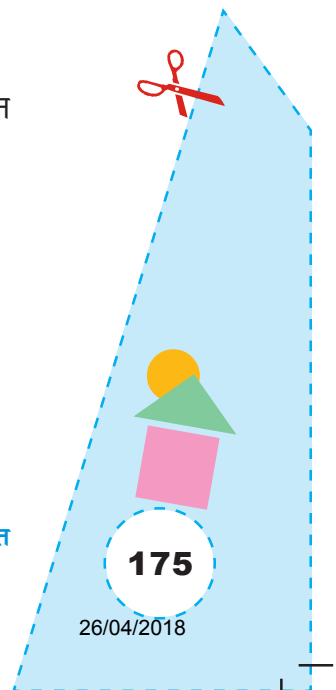
BE भुजा AC पर _____ है।

_____ भुजा AB पर शीर्षलंब है।

सभी शीर्षलंब एक ही _____ पर मिलते है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप एक त्रिभुज के शीर्षलंबों की अवधारणा को स्पष्ट करने तथा ज्यामिति और मेंसुरेशन से संबंधित अनेक प्रश्नों को हल करने में प्रयोग किया जा सकता है।

26/04/2018

क्रियाकलाप 47

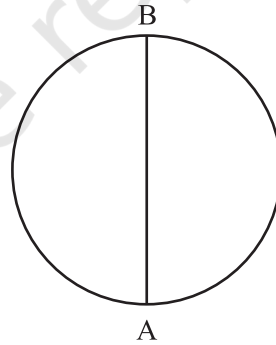
उद्देश्य

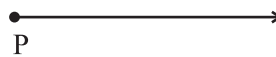
एक वृत्त की परिधि और उसके व्यास का अनुपात ज्ञात करना।

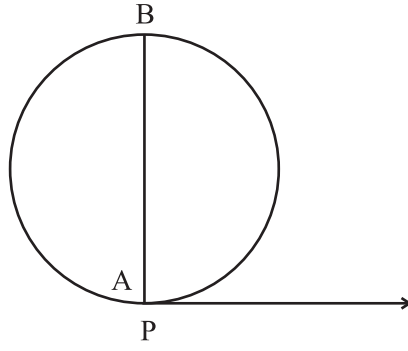
आवश्यक सामग्री

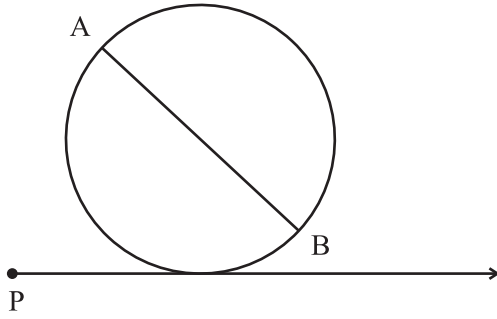
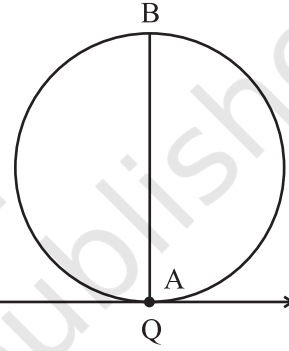
ज्यामिति बॉक्स, मोटा कागज़, कैंची, रबर, पेन/पेंसिल।

रचना की विधि

1. एक मोटे कागज़ पर एक वृत्त खींचिए तथा इसे काटकर निकाल लीजिए।
2. इसे दो आधों में मोड़कर इसका मोड़ के निशान के रूप में एक व्यास प्राप्त कीजिए। (आकृति 1) इसे AB से नामांकित कीजिए।

आकृति 1

3. एक कागज़ पर, एक किरण खींचिए और इसके प्रारंभिक बिंदु को P द्वारा अंकित कीजिए (आकृति 2)।

आकृति 2

4. उपरोक्त वृत्ताकार डिस्क (चकती) को पकड़े हुए इस प्रकार रखिए कि इसका बिंदु A किरण के बिंदु P के साथ संपाती हो (आकृति 3)।

आकृति 3

5. वृत्ताकार डिस्क को किरण के ऊपर बिंदु A किरण से संपाती होने तक घुमाइए। इस बिंदु को Q से दर्शाइए।

आकृति 4 (a) *आकृति 4 (b)*

6. चरण 4 और 5, विभिन्न त्रिज्याओं को वृत्तों के लिए दोहराइए।

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में, AB वृत्त का एक व्यास (d) है।
2. AB को मापिए।
3. लंबाई PQ वृत्त की परिधि (c) है।
4. PQ को मापिए।
5. अनुपात $\frac{c}{d}$ ज्ञात कीजिए।
6. विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त लेकर इस प्रक्रिया को दोहराइए। प्रत्येक बार, अनुपात $\frac{c}{d}$ अचर है। इस अचर को संकेत π द्वारा व्यक्त किया जाता है। इसका मान 3.14 के सन्निकट है।

प्रेक्षण

निम्न सारणी को पूरा कीजिए–

वृत्त	व्यास *d*	परिधि *c*	अनुपात $= \frac{\text{परिधि}}{\text{व्यास}} = \frac{c}{d}$
1			
2			
3			
4			
:			
:			

π का मान $= \frac{c}{d}$ = लगभग ________ ।

क्रियाकलाप 48

उद्देश्य

किसी प्रयोग के परिणामों के कम संभावित और अधिक संभावित होने के अर्थ को समझना।

आवश्यक सामग्री

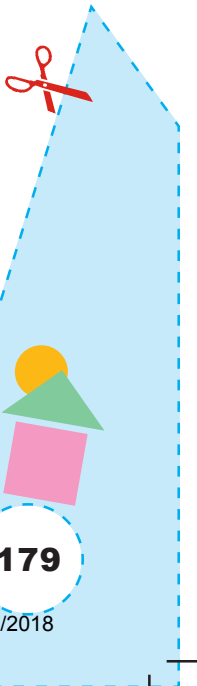
एक थैला, एक ही माप परंतु विभिन्न रंगों की गेंदें, पेन/पेंसिल।

रचना की विधि

एक थैला लीजिए तथा उसमें मान लीजिए 19 लाल गेंदें और 6 नीली गेंदें डाल दीजिए।

प्रदर्शन

1. थैले को अंदर से बिना देखे एक बार में एक गेंद निकालिए। गेंद का रंग लिख लीजिए और उसे थैले में वापिस रख दीजिए।
2. एक-एक करके बारी-बारी से अन्य विद्यार्थी थैले में से गेंद निकालकर चरण 1 को दोहराएँ।
3. प्रत्येक बार गेंद के रंग को निम्न सारणी में लिखें–

विद्यार्थी का नाम	रंग (लाल/नीला)
रीता	____
अरूण	____
गोखले	____
:	____
:	____
सविता	____

4. गिनिए कि लाल गेंद कितनी बार आई है तथा यह भी गिनिए कि नीली गेंद कितनी बार आई है। इस प्रकार प्राप्त दोनों संख्याओं की तुलना कीजिए।

5. लाल गेंदें नीली गेंदों की तुलना में अधिक बार निकली हैं। अत: नीली गेंद की तुलना में लाल गेंद अधिक संभावित है।

प्रेक्षण

1. एक लाल गेंद निकाले जाने की संख्या = ____

2. एक नीली गेंद निकाले जाने की संख्या = ____

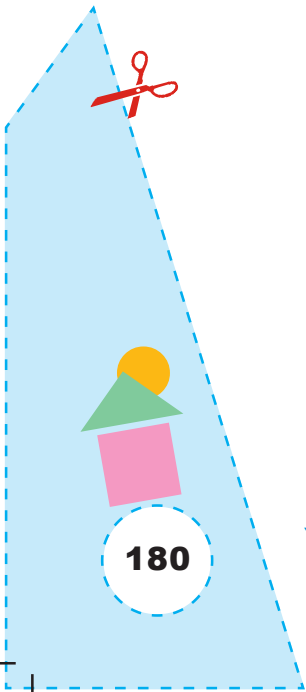
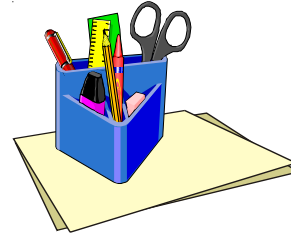
3. (1) में संख्या ____ (2) में संख्या

   अत:, एक लाल गेंद ______ की तुलना में अधिक संभावित है अथवा एक नीली गेंद लाल गेंद की तुलना में ______ है।

अनुप्रयोग

यह क्रियाकलाप एक यादृच्छिक प्रयोग के परिणामों के कम संभावित और अधिक संभावित होने की अवधारणाओं को स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है तथा यह प्रायिकता के अध्ययन के लिए उपयोगी है।

टिप्पणी

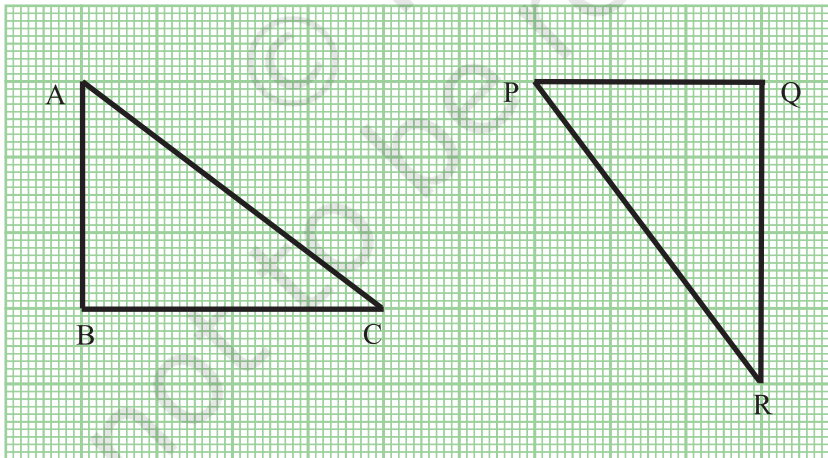
1. इस क्रियाकलाप को थैले में प्रत्येक रंग की बराबर संख्याओं में गेंदें रखकर दोहराया जा सकता है। इस स्थिति में, यदि पर्याप्त संख्या में विद्यार्थियों द्वारा यादृच्छिक रूप से गेंदें निकाली जाने की संभावना बराबर होती है, अर्थात् प्रत्येक रंग की गेंद का निकलना समप्रायिक होगा।

क्रियाकलाप 49

उद्देश्य

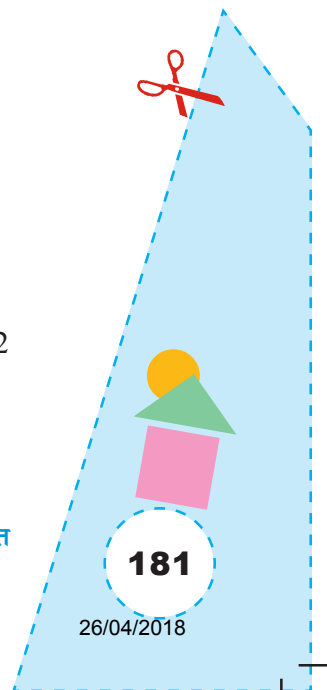
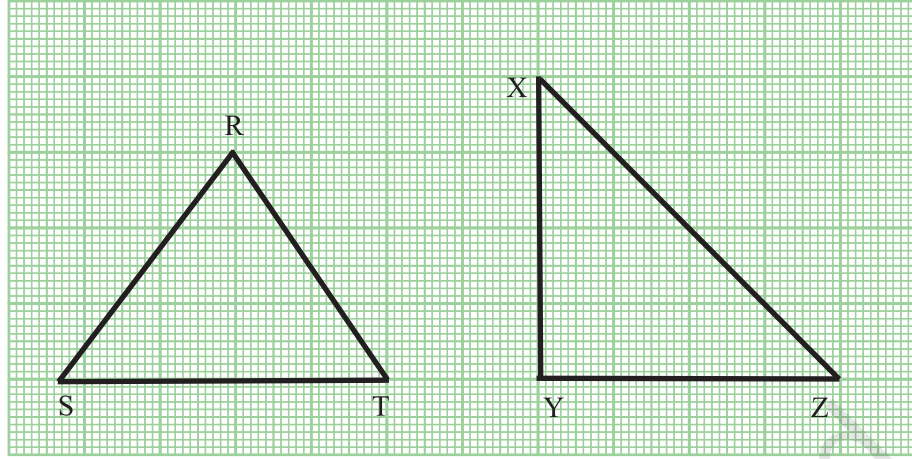
यह सत्यापित करना कि सर्वांगसम त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर होते हैं, परंतु बराबर क्षेत्रफलों वाले त्रिभुजों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

आवश्यक सामग्री

एक आलेख कागज़, रंग, पेन/पेंसिल, कैंची, ट्रेसिंग पेपर।

रचना की विधि

1. एक वर्गांकित या आलेख कागज़ लीजिए और उस पर दो त्रिभुज ABC और PQR बनाइए, जिनमें से प्रत्येक की भुजाएँ 3 cm, 4 cm और 5 cm हों, जैसा आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

2. एक ही क्षेत्रफल के दो त्रिभुज RST और XYZ आलेख कागज़ पर खींचिए, जैसा आकृति 2 में दर्शाया गया है।

3. आकृति 1 और आकृति 2 के दोनों त्रिभुजों की ट्रेस प्रतिलिपि बनाइए और इनके कट आउट बना लीजिए।

आकृति 2

प्रदर्शन

1. Ä PQR के कट आउट को Ä ABC पर रखिये। Ä PQR का कट आउट Ä ABC को ठीक-ठीक ढँक लेता है।

2. अत:, Ä ABC ≅ Ä PQR

3. Ä PQR और Ä ABC द्वारा घेरे गए वर्गों की संख्याएँ गिनकर उनके क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

4. Ä ABC का क्षेत्रफल = Ä PQR का क्षेत्रफल = 7 वर्ग इकाई

   इस प्रकार, सर्वांगसम त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर हैं।

5. Ä RST का क्षेत्रफल = 8 वर्ग इकाई (वर्गों की संख्या गिनकर)

   Ä XYZ का क्षेत्रफल = 8 वर्ग इकाई (वर्गों की संख्या गिनकर)

   इस प्रकार, दोनों त्रिभुज RST और XYZ क्षेत्रफल में बराबर हैं।

6. अब Δ XYZ के कट आउट को Δ RST पर रखिए और देखिए कि क्या वे एक दूसरे को ठीक-ठीक ढँक रहे हैं।

   आप पाएंगे कि ये एक दूसरे को नहीं ढँक रहे हैं।

   परंतु बराबर क्षेत्रफल वाले दो त्रिभुजों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

26/04/2018

प्रेक्षण

1. Ä PQR और Ä ABC __________ त्रिभुज हैं।

2. Ä PQR का क्षेत्रफल = __________ वर्ग इकाई

   Ä ABC का क्षेत्रफल = __________ वर्ग इकाई

   Ä PQR का क्षेत्रफल = Ä _______ का क्षेत्रफल

   अत:, सर्वांगसम त्रिभुजों के क्षेत्रफल _________ हैं।

3. Ä RST का क्षेत्रफल = __________ वर्ग इकाई

   Ä XYZ का क्षेत्रफल = __________ वर्ग इकाई

   अत:, Ä RST का क्षेत्रफल = Ä _______ का क्षेत्रफल

4. Ä RST और Ä XYZ एक दूसरे को _______ नहीं ढकते हैं।

   Ä RST और Ä XYZ _______ नही हैं।

   अत:, बराबर क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों का सर्वांगसम होना आवश्यक नहीं है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का प्रयोग विभिन्न ज्यामितीय आकृतियों की सर्वांगसमता और क्षेत्रफलों में संबंध स्पष्ट करने के लिए किया जा सकता है।

क्रियाकलाप 50

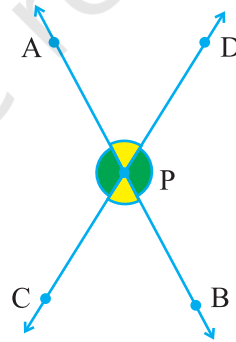
उद्देश्य

यह सत्यापित करना कि जब दो रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

आवश्यक सामग्री

ड्रॉइंग शीट, थम्ब पिन, रंगीन पेंसिल, ट्रेसिंग पेपर, गोंद, कार्डबोर्ड, ज्यामिति बॉक्स।

रचना की विधि

1. सुविधाजनक माप का एक कार्डबोर्ड लीजिए और उस पर एक सफ़ेद शीट चिपकाइए।
2. कार्डबोर्ड पर दो प्रतिच्छेदी रेखाएँ खींचिए, जैसा आकृति 1 में दर्शाया गया है।

आकृति 1

3. इन रेखाओं का प्रतिच्छेद बिंदु P अंकित कीजिए।
4. $\angle BPC$ और $\angle APD$ को एक ही रंग, माना पीले से रंगिए।
5. $\angle BPD$ और $\angle APC$ को एक ही रंग, माना हरे से रंगिए।
6. एक ट्रेसिंग पेपर पर आकृति 1 की प्रतिलिपि बनाइए तथा इसके कोणों को चरणों 4 और 5 के अनुसार ही रंगिए।

7. इस ट्रैस प्रतिलिपि को आकृति 1 के ऊपर बिंदु P पर एक थम्ब पिन की सहायता से रखिए, ताकि इसे आसानी से घुमाया जा सके।

प्रदर्शन

1. आकृति 1 में, $\angle APD$ और $\angle BPC$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।
2. आकृति 1 में, $\angle APC$ और $\angle DPB$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।
3. बिंदु P के परित इस ट्रेस प्रतिलिपि को $180°$ के कोण पर घुमाइए।
4. $\angle BPC$, $\angle APD$ को ठीक-ठीक ढँक लेता है। अत:, $\angle BPC = \angle APD$ है।
5. $\angle APC$, $\angle DPB$ को ठीक-ठीक ढँक लेता है। अत:, $\angle APC = \angle DPB$ है।

   इस प्रकार, शीर्षाभिमुख कोण बराबर हैं।

प्रेक्षण

वास्तविक मापन द्वारा

$\angle APC$ = ________, $\angle BPD$ = ________

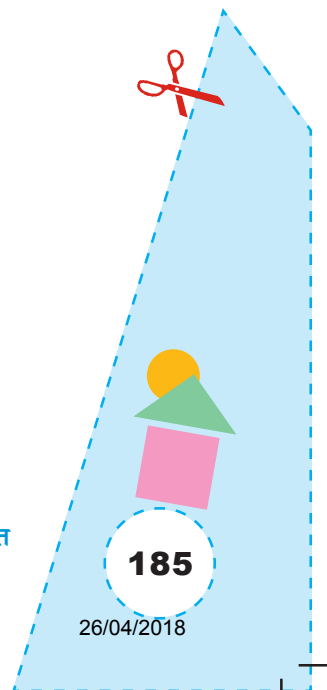
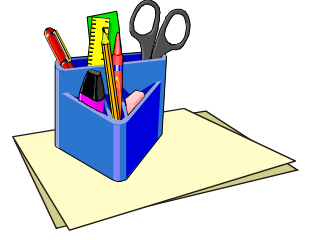
$\angle BPC$ = ________, $\angle APD$ = ________

$\angle APC = \angle$ _______

$\angle$ _______ $= \angle APD$

अत:, शीर्षाभिमुख कोण ________ है।

अनुप्रयोग

1. यह क्रियाकलाप शीर्षाभिमुख कोणों का अर्थ स्पष्ट करने के लिए उपयोगी है।
2. यह परिणाम अनेक ज्यामितीय प्रश्नों को हल करने में उपयोगी है।

क्रियाकलाप 51

उद्देश्य

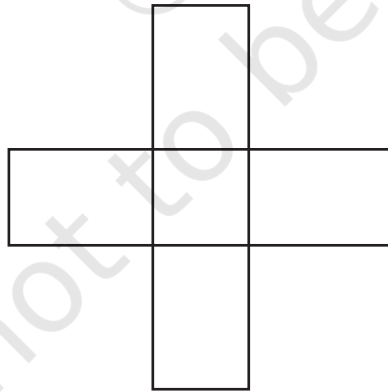
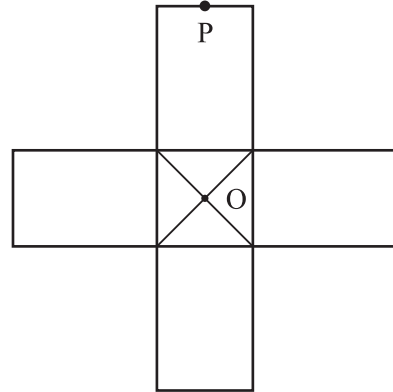
एक दी हुई आकृति की घूर्णन सममिति का क्रम ज्ञात करना।

आवश्यक सामग्री

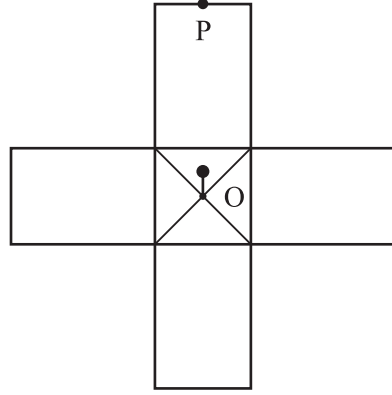
कागज़ की सफ़ेद शीटें, ज्यामिति बॉक्स, ट्रेसिंग पेपर, स्केच पेन, पेंसिल, गोंद, कैंची, बोर्ड पिन।

रचना की विधि

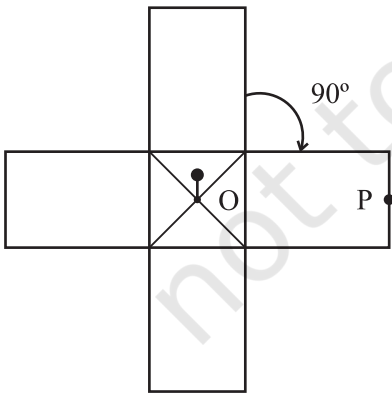
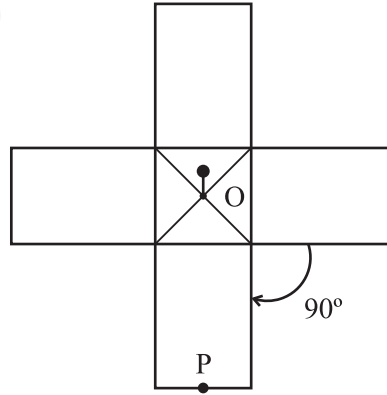
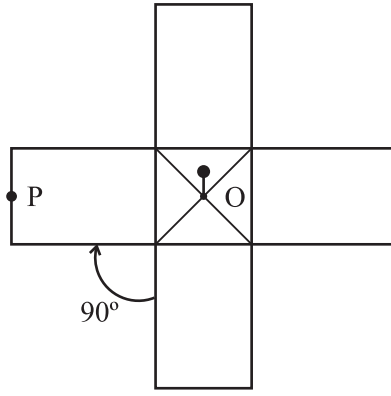
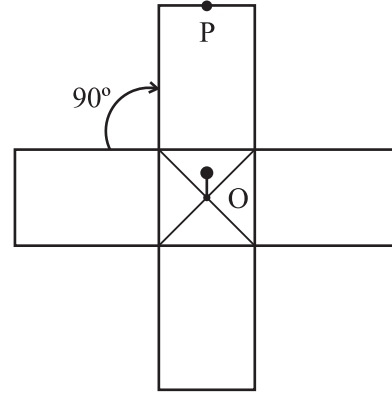
1. मान लीजिए कि दी हुई आकृति, आकृति 1 में दर्शाया हुआ आकार है।

2. इस आकृति की दो प्रतिलिपियाँ बनाइए तथा प्रत्येक आकृति में केंद्रीय वर्ग के विकर्णों को मिलाइए। विकर्णों के प्रतिच्छेद बिंदु को O से अंकित कीजिए (आकृति 2)। पहचान करने के लिए, एक बिंदु P अंकित कीजिए, जैसा कि आकृति 2 में दर्शाया गया है।

आकृति 1　　*आकृति 2*

3. इनमें से एक आकृति को एक कार्डबोर्ड पर चिपकाइए।

4. दूसरी आकृति को कार्डबोर्ड पर चिपकी हुई आकृति पर बिंदु O पर एक बोर्ड पिन की सहायता से रखिए, जैसा आकृति 3 में दर्शाया गया है।

आकृति 3

प्रदर्शन

1. ऊपरी आकृति को बिंदु O के परित दक्षिणावर्त दिशा में 90° के कोण पर घुमाइए (आकृति 4)।
2. 90° के घूर्णन के बाद, ऊपरी आकृति प्रारंभिक आकृति के साथ संपाती हो जाती है।
3. 90° के उत्तरोत्तर घूर्णनों के बाद, हम क्रमशः आकृतियाँ 5, 6 और 7 प्राप्त करते हैं। इनमें से प्रत्येक आकृति प्रारंभिक आकृति के साथ संपाती हो जाएगी।
4. इस प्रकार, दी हुई आकृति में कोणों 90°, 180°, 270° और 360° की सममिति है।
5. इस आकृति में क्रम 4 की घूर्णन सममिति है।

आकृति 4 *आकृति 5*

आकृति 6 *आकृति 7*

प्रेक्षण

1. ऊपर की आकृति प्रारंभिक आकृति के साथ ______, ______ और ______ कोणों के घूर्णन के बाद ______ हो जाती है। घूर्णन के कोण ______, ______, ______ और ______ हैं।

2. ऊपरी आकृति प्रारंभिक आकृति के साथ जितनी बाद संपाती होती है वह संख्या ______ है।

3. घूर्णन सममिति का क्रम ______ है।

अनुप्रयोग

इस क्रियाकलाप का उपयोग विभिन्न आकृतियों जैसे समबाहु त्रिभुज, समांतर चतुर्भुज, वर्ग, आयत, इत्यादि में घूर्णन सममिति के क्रम का निर्धारण करने में किया जा सकता है।